Stelle: magnitudini e Diagramma H-R

Olimpiadi di Astronomia

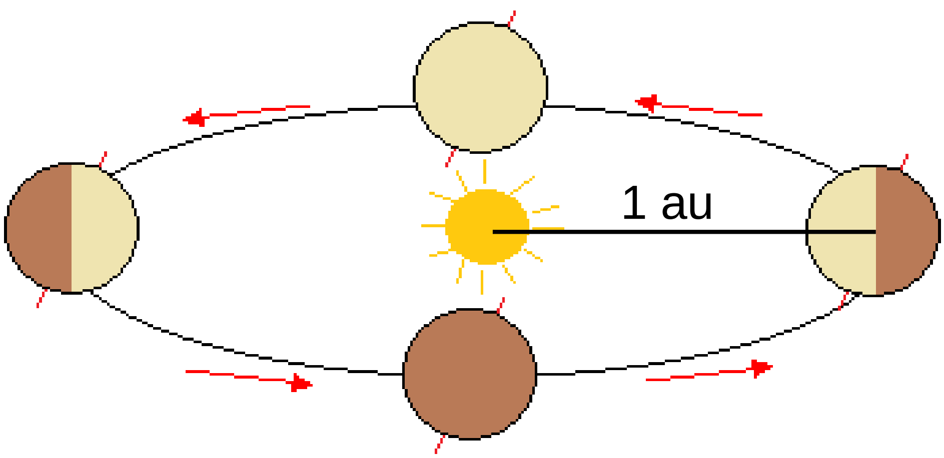
Sede interegionale del Lazio

astrolimpiadi.lazio@iaps.inaf.it

Misura delle distanze delle stelle

Data la grande distanza dei corpi celesti l'unità di misura che solitamente si usano, ovvero i metri e i chilometri, non sono adatte e gli astronomi hanno definito nuove unità di misura delle distanze.

Si definisce **unità astronomica** (ua): distanza media della Terra dal Sole durante il periodo di rivoluzione annuale della Terra.
1 ua = 149600000 Km = 1.496 x 107 Km



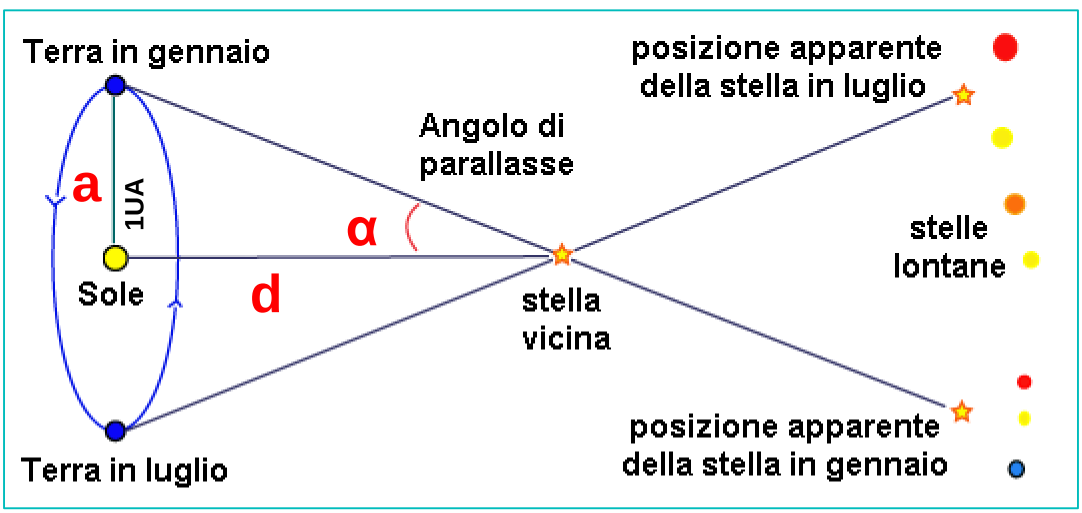
Si definisce **anno luce** (al) la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un anno.

Poiché c = 299792 km/s ricaviamo:

1 al = c x t = 299792 x 365g x 24h x 60m x 60s =9.4 x 10^{12} km = 63235 UA

Misura delle distanze delle stelle

Per le distanze più grandi si utilizza come unità di la parallasse. Con parallasse si indica lo spostamento apparente di un oggetto su uno sfondo fisso e lontanissimo quando viene guardato da due punti diversi. Ne possiamo avere un idea se guardiamo una penna tenuta davanti a noi alternativamente con l'occhio destro e con il sinistro. Più la penna è lontana più è impercettibile lo spostamento più è vicina più sembra spostarsi alternando i punti di osservazione occhio destro e occhio sinistro.
Gli astronomi utilizzano come punti di osservazione i più distanti possibile: i due estremi dell'asse maggiore di rivoluzione terrestre. Misurando l'angolo di parallasse attraverso un calcolo trigonometrico è possibile risalire alla distanza della stella.



$$a = d \tan(\alpha) \quad \text{da cui} \quad d = 1ua / \tan(\alpha)$$

Si definisce **Parsec** (pc) la distanza (d) dalla Terra di una stella che ha una parallasse (α) di 1 secondo d'arco, cioè la distanza da cui il semiasse maggiore dell'orbita terrestre (a=1UA) sottende un angolo α=1".

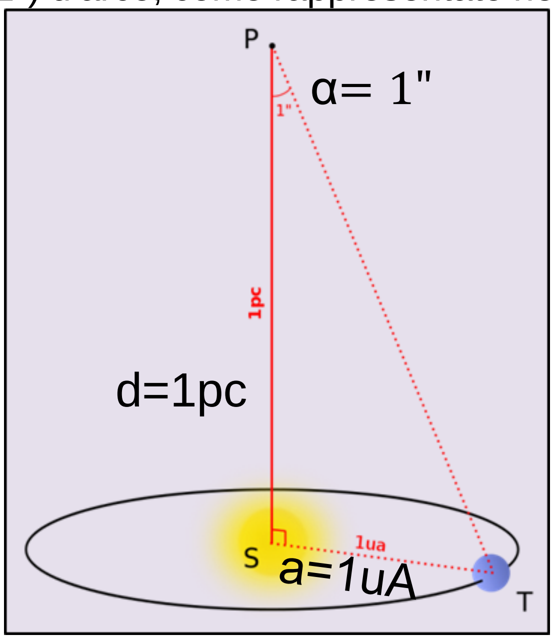
Ricordiamo che 1 secondo d'arco è la 3600 parte del grado, ovvero

1 arcsec=1''=(1/60)'=(1/3600)°   1°= 60'=60 x 60=3600''

1° è la 360a parte di un angolo giro (nelle calcolatrici è indicato con DEG).

Misura delle distanze delle stelle

Parsec significa **par**allasse di un **sec**ondo d’arco.
Geometricamente la distanza di 1 parsec rappresenta il cateto lungo del triangolo rettangolo che ha come base l'unità astronomica, e come angolo al vertice un secondo (1") d’arco, come rappresentato nella figura sottostante.



Poiché solitamente l’angolo di parallasse è molto piccolo nella relazione d=1ua / tan(α) si può approssimare la tan α con α (tan α = α) che quindi diventa

d (pc) = 1 (ua) / α (‘’)

Cioè la distanza di una stella in pc è l’inverso della sua parallasse annua in secondi d’arco. ATTENZIONE questa relazione è valida solo se la distanza è espressa in pc e l’angolo in secondi d’arco.

Per esempio se α=0.04’’ segue che d=1/0.04=25 pc

Le osservazioni da Terra permettono misure fino a un massimo di circa 100 pc. Il satellite Hipparcos ha ottenuto accurate misure di distanza fino a circa 1000 pc. Il satellite GAIA, lanciato il 19/12/2013, permette misure estremamente accurate fino a circa 10000 pc.

Logaritmi e loro proprietà

Definizione: il valore del logaritmo è l’esponente che bisogna dare alla base per ottenere l’argomento

$$a=\log_{10}(b) \qquad 10^a=b$$

Valore del logaritmo base argomento

Proprietà:

$\log(b \times c) = \log(b) + \log(c)$

$\log(b/c) = \log(b) - \log(c)$

$\log(b^c) = c \times \log(b)$

Luminosità e Flusso

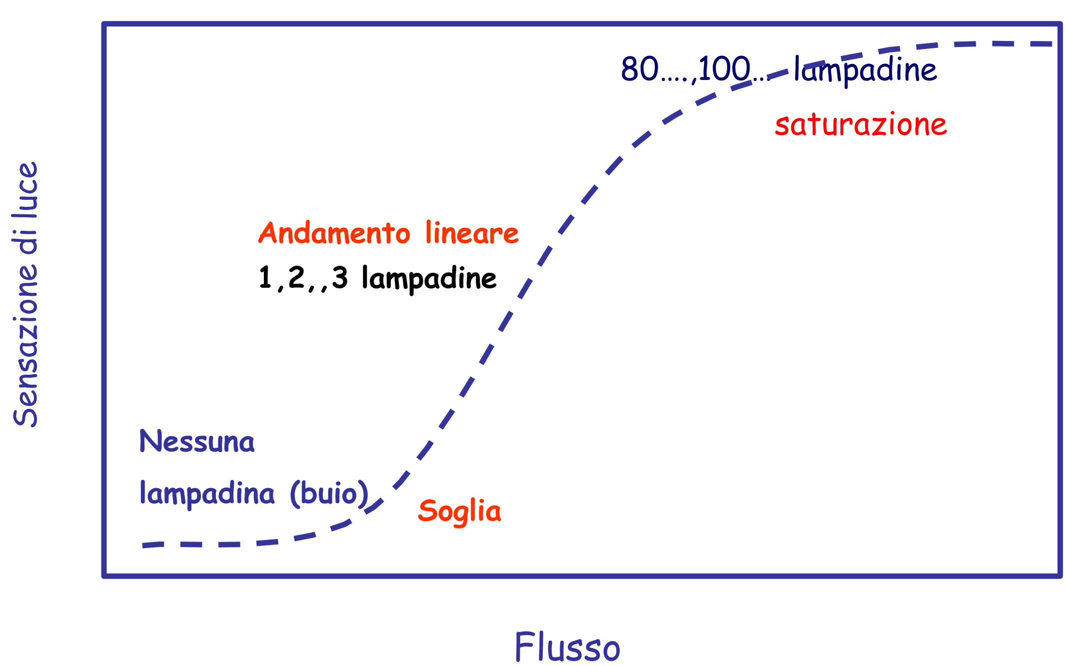
Una delle caratteristiche importante di una stella è la **quantità di energia da essa emessa nell'unità di tempo** cioè la **luminosità** (L). La luminosità di una stella dipende dal suo stato fisico e dalla sua composizione chimica. Dato che le stelle sono a una grande distanza da noi, sulla Terra arriva solo un piccola parte di tutta l'energia emessa dalla stella che viene definita come il **flusso F, cioè la quantità di energia ricevuta per unità di tempo e di superficie.**
Il flusso (F) di una stella misurato a Terra è legato alla luminosità (L) della stella dalla relazione:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

dove d è la distanza della stella. Quindi il flusso misurato sulla superficie terrestre dipende dalla luminosità della stella e dalla sua distanza.

Magnitudini

Per valutare il flusso luminoso di un oggetto e metterlo in relazione con la sua luminosità si ricorre alla fisiologia. Si può dimostrare infatti che: dal punto di vista matematico **la reazione dell’occhio umano reagisce alla sensazione della luce secondo una legge di tipo logaritmico** cioè approssimativamente secondo la curva del tipo indicato in figura. All’inizio la curva è piatta a causa dell’assenza di luce, via via che il numero di lampadine accese aumenta ci sarà un incremento della percezione della luce che poi raggiungerà un valore limite quando il numero di lampadine accese sarà sufficientemente elevato per cui l’occhio non sarà più in grado di percepirne la differenza. Quindi la curva sarà costituita da una soglia iniziale, un andamento lineare e infine una saturazione. Questa curva ha un andamento che matematicamente descriviamo con la funzione ‘logaritmo’, per cui noi possiamo descrivere la ‘sensazione di luce’ come una costante K che moltiplica il logaritmo della ‘flusso di luce’ più una costante che rappresenta la soglia **m=K log(F)+cost**



Magnitudine apparente

La magnitudine apparente m di una stella (o in generale di un corpo celeste) è un indice della sua luminosità nel cielo. Detto F il flusso misurato, si definisce:

$$\mathbf{m = - 2.5 \log \mathit{F} + C}$$

La costante "C'' è scelta in modo che la magnitudine apparente visuale della stella Vega (= **α** Lyr) sia pari a zero:

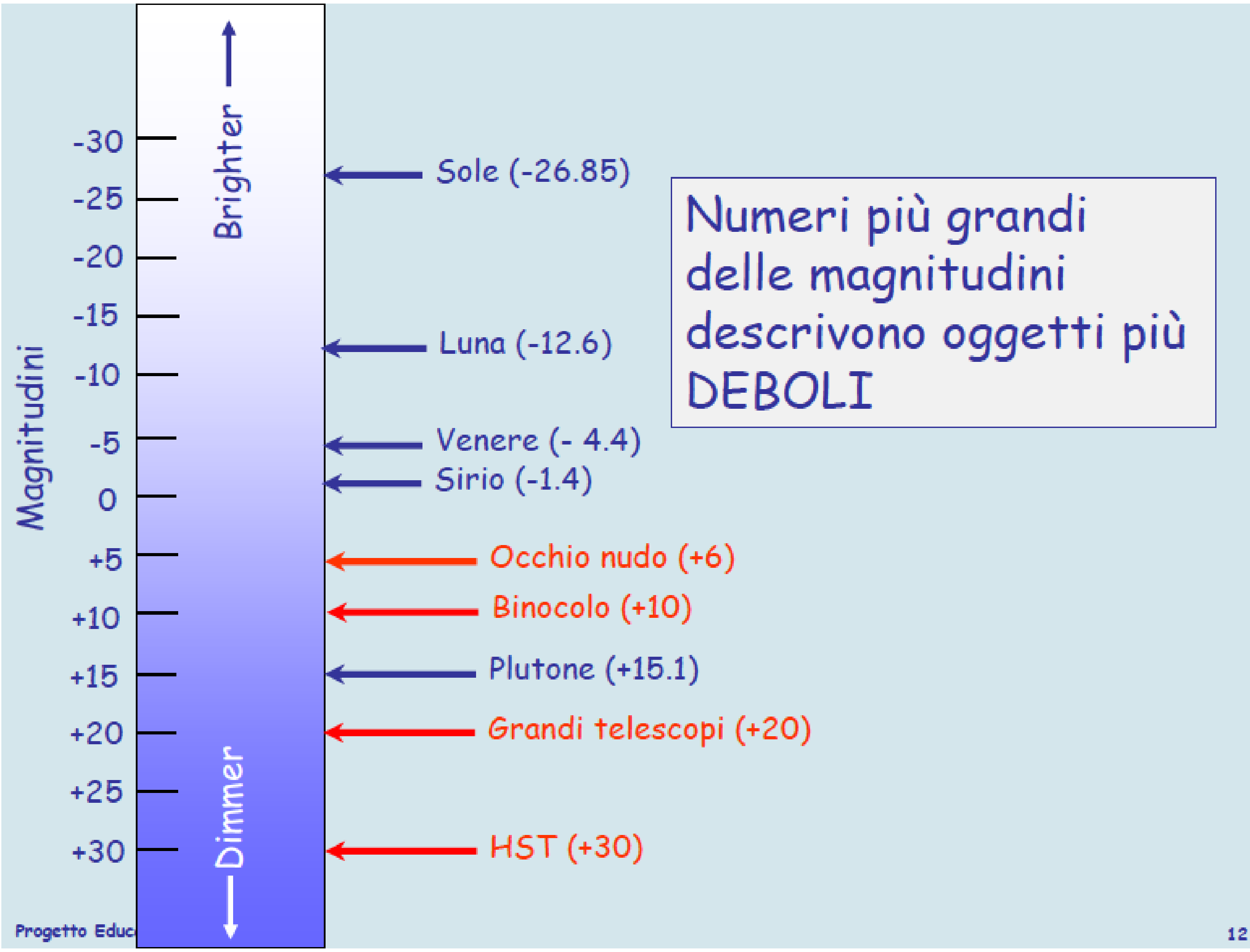
$$\mathbf{m_{Vega} = - 2.5 \log F + C = 0}$$

Di norma il flusso è misurato in un intervallo dello spettro elettromagnetico e per la magnitudine si riporta un'indicazione della lunghezza d'onda a cui è stata fatta la misura. Ad esempio m_v indica una misura nella banda ''V'' (centrata alla lunghezza d'onda λ=5550 Å).

Poiché il flusso misurato sulla superficie terrestre dipende dalla luminosità della stella e dalla sua distanza, la magnitudine apparente non fornisce indicazioni sulla reale luminosità della stella; infatti stelle di pari luminosità, ma poste a distanze diverse, hanno magnitudini apparenti diverse.

Il valore del flusso misurato a Terra dipende anche dalla quantità di atmosfera (spessore e composizione) che la luce proveniente dalla stella deve attraversare, cioè dall'altezza della stella sull'orizzonte; i valori tabulati, o nei casi in cui non si fa esplicito riferimento all'altezza sull'orizzonte, si riferiscono alla magnitudine alla Zenith.

La magnitudine apparente è una grandezza 'facile' da misurare e quindi è conosciuta per tutti gli oggetti visibili nel cielo. Va notato che la scala delle magnitudini è 'inversa', cioè a numero minore corrisponde una luminosità maggiore.



In figura si nota che a magnitudini più basse corrispondono gli oggetti più luminosi mentre a magnitudini più elevate corrispondono gli oggetti più deboli. Quindi abbiamo il Sole, la Luna, Venere, la stella Sirio e Plutone. Ad occhio nudo si riescono a vedere oggetti fino alla sesta magnetudine. Se prendiamo un binocolo e guardiamo il cielo ci rendiamo subito conto che siamo in grado di vedere un numero maggiore di oggetti ovvero siamo in grado di superare la soglia della sesta magnitudine, arriviamo fino a oggetti di decima magnitudine, ovvero vediamo un numero maggiore di oggetti deboli. E così via man mano che gli strumenti diventano sempre più "sensibili". Quindi a numeri più grandi delle magnitudini corrispondono oggetti più DEBOLI.

Luminosità

Poiché le stelle si comportano con buona approssimazione come dei ‘corpi neri’ (un corpo nero è un corpo ideale che assorbe tutta la radiazione incidente sui di esso per poi irradiarla) la loro luminosità è data dalla formula:

$$\mathbf{L = 4\,\pi\,R^2\,\sigma\,T^4}$$

dove R è il raggio della stella, T è la temperatura della fotosfera in gradi assoluti (detta temperatura effettiva) e $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4} è una costante detta costante di Stefan-Boltzmann.

Operazioni con le magnitudini

Le magnitudini NON possono MAI essere direttamente sommate o sottratte, né è possibile utilizzare delle proporzioni.

Differenza di magnitudini - Date due stelle di magnitudine m_1 e m_2 vale la relazione nota come *Formula di Pogson:*

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log F_1 + 2.5 \log F_2 = -2.5 \log \frac{F_1}{F_2}$$

Esplicitando i flussi in funzione della distanza, raggio e temperatura avremo:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{F_1}{F_2} = -2.5 \log \frac{L_1 d_2^2}{L_2 d_1^2} = -2.5 \log\left(\frac{R_1^2 T_1^4}{d_1^2} \frac{d_2^2}{R_2^2 T_2^4} \right)$$

Somma di magnitudini

La magnitudine non è una vera grandezza fisica. Essa esprime solo una caratteristica peculiare della nostra percezione visiva. L'unica grandezza fisica rimane il flusso. Quando si hanno più oggetti luminosi, lo splendore totale si esprime in termini della somma dei flussi, non della somma delle magnitudini.

Il flusso può del resto essere ricavato a partire dalla magnitudine, invertendo la formula di Pogson.

Quindi date due stelle di magnitudine m_1 e m_2 la loro magnitudine totale vale:

$$\mathbf{m(1+2) = m_2 - 2.5 \log (10^{0.4 (m2 - m1)} + 1)}$$

In generale dato un qualsiasi numero di stelle vale la relazione:

$$\mathbf{m(1+2+3+\ldots) = - 2.5 \log (10^{-0.4m1} + 10^{-0.4m2} + 10^{-0.4m3} + \ldots)}$$

Magnitudine assoluta

La magnitudine assoluta M di una stella (in generale di un corpo celeste) è definita come la magnitudine apparente che avrebbe se si trovasse a una distanza di 10 pc. La magnitudine assoluta, a differenza della magnitudine apparente, è una misura della luminosità intrinseca di un oggetto; una stella più luminosa di un'altra avrà magnitudine assoluta numericamente più bassa.
Esiste una semplice relazione che lega magnitudine apparente m a quella assoluta M di una stella:

$$M = m + 5 - 5 \log d$$

dove d è la distanza della stella in pc; questa relazione è di estrema importanza per il calcolo delle distanze astronomiche.
La precedente equazione si può anche scrivere come

$$M - m = 5 - 5 \log d$$

ed è detto **Modulo di Distanza.**

E' poi facile ricavare utilizzando l'espressione del flusso in funzione della temperatura la seguente relazione:

$$M_1 - M_2 = -2.5 \log\left(\frac{R_1^2 T_1^4}{R_2^2 T_2^4}\right)$$

Si definisce **indice di colore** di una stella la differenza tra le magnitudini della stella misurate in due diverse regioni (bande) dello spettro elettromagnetico. L'indice di colore più usato è il **B-V** del sistema fotometrico di Johnson, che indica la differenza di magnitudine di una stella misurata nelle bande B e V. L'indice **B-V** può essere usato per ottenere una buona stima della temperatura della fotosfera della stella.

La Magnitudine Assoluta

Qual'è la Magnitudine assoluta del Sole?

$m_\odot = -26.85$

$d_\odot = 1AU = 1.496\times10^{13}cm = 4.849\times10^{-6}pc$

$$M_\odot = m_\odot + 5 - 5 * Log(d_\odot) \Longrightarrow M_\odot = \mathbf{4.72}$$

Vediamo altri esempi:

Moon: $d_{Moon} = 2.57\times10^{-3}$ AU $= 1.25\times10^{-8}$ pc

$m_{Moon} = -12.6$ $\Rightarrow$ $M_{Moon} = +31.92$

Sirio (α *Canis Majoris*) $d_{Sirio} = 2.64pc$

$m_{Sirio} = -1.47$ $\Rightarrow$ $M_{Sirio} = +1.42$

Prendiamo ad esempio Proxima Centauri (α Cen) e determiniamone la distanza:

$m_{\alpha Cen} = 0.00$

$M_{\alpha Cen} = +4.4$ $\Rightarrow$ $d_{\alpha Cen} = 1.3pc$

In questa tabella trovate magnitudini apparenti e magnitudini assolute di diversi oggetti celesti.

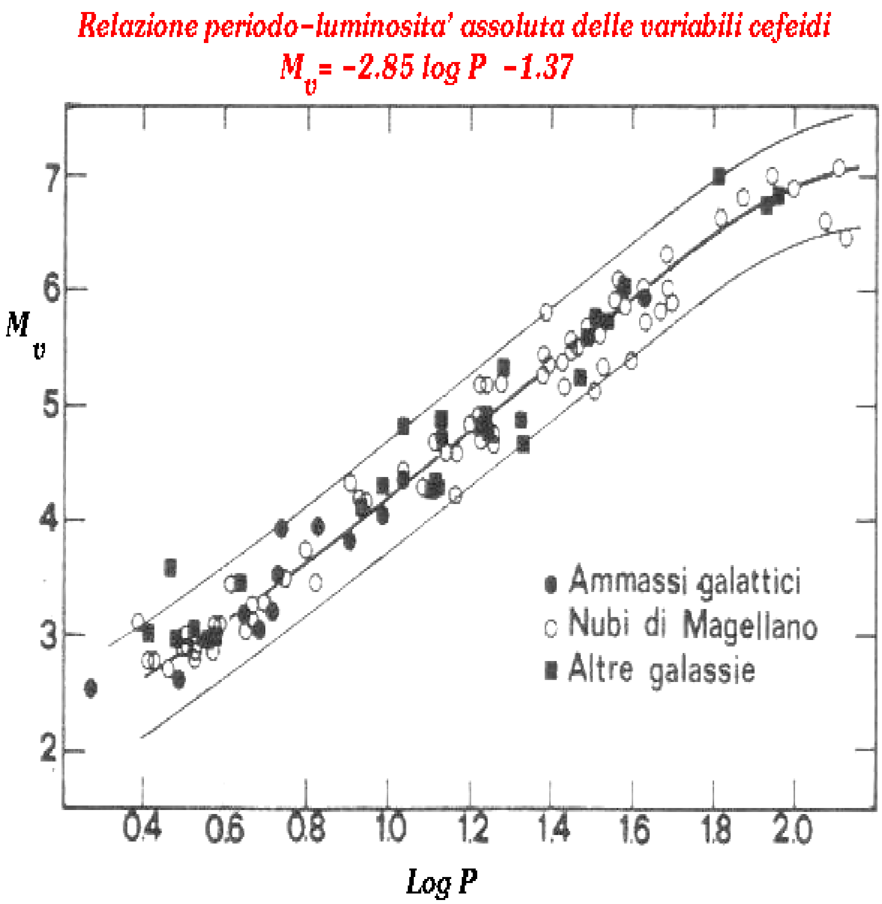
STELLA	MAGNITUDINE APPARENTE	DISTANZA (PARSEC)	MAGNITUDINE ASSOLUTA
α Canis Majoris, Sirio	−1,5	2,67	+1,4
α Carinae, Canopo	−0,7	55,5	−4,4
α Centauri, Tollman, d	−0,3	1,31	+4,1
α Bootis, Arturo	−0,1	11,2	−0,3
α Lyrae, Vega	+0,0	8,13	+0,5
α Aurigae, Capella	+0,1	13,7	−0,6
β Orionis, Rigel	+0,2	200	−6,4
α Canis Minoris, Procione	+0,4	3,48	+2,7
α Eridani, Achernar	+0,5	43,5	−2,7
β Centauri, Agena, d	+0,7	62,5	−3,3
α Orionis, Betelgeuse, v	+0,7	175	−5,5
α Aquilae, Altair	+0,8	5,10	+2,3
α Tauri, Aldebaran, v	+0,9	20,8	−0,7
α Crucis, Acrux, d	+0,9	66,7	−3,2
α Scorpii, Antares, v, d	+1,0	160	−5,0
α Virginis, Spica, d	+1,0	47,6	−2,4
α Piscis Austrinis, Fomalhaut	+1,2	6,94	+2,0
β Geminorum, Polluce	+1,2	10,7	+1,0
α Cygni, Deneb	+1,3	460	−7,0
β Crucis	+1,3	90,9	−3,5
α Leonis, Regolo	+1,4	25,6	−0,7
ε Canis Majoris, Adhara	+1,5	83,3	−3,1
α Geminorum, Castore, d	+1,6	13,9	+1,0
λ Scorpii, Shaula	+1,6	38,5	−1,3
γ Orionis, Bellatrix	+1,6	140	−4,1

Nella tabella, la lettera *d* indica una stella doppia con una differenza tra le componenti inferiore a 5 magnitudini. Il valore riportato è quello derivante dalla somma di entrambe le stelle. La lettera *v* indica una stella variabile.

Stella	Magnitudine Apparente	Magnitudine Assoluta	Luminosità [erg/sec]	Luminosità $L/L_\odot$	Distanza [pc]	Distanza $d/d_\odot$
Sirio	-1.47	1.42	8.00×10^{34}	20.89	2.64	5.4×10^{5}
α *Centauri*	0.00	4.40	5.14×10^{33}	1.34	1.3	2.7×10^{5}
Sole	-26.85	4.72	3.83×10^{33}	1	4.85×10^{-6}	1
Luna	-12.6	31.92	5.05×10^{22}	1.3×10^{-11}	1.25×10^{-8}	2.6×10^{-3}

In questa tabella vengono confrontati, per gli oggetti analizzati, i valori delle magnitudini apparenti ed assolute, della luminosità e della distanza anche rispetto al Sole. Quello che appare evidente è che nonostante il Sole sia l'oggetto apparentemente più brillante nel cielo in realta' è meno luminoso sia di Sirio che di αCen.

Relazione Periodo-Luminosità



Le ''Cefeidi'' sono una particolare categoria di stelle pulsanti la cui magnitudine assoluta media è legata al periodo di variabilità

Sono state di enorme importanza nella storia dell'Astronomia per aver permesso il calcolo delle distanze extragalattiche

Per una cefeide di periodo P vale la relazione:

$M_v = -2.85 \log P - 1.37$ (dove il periodo è espresso in giorni)

Noto il periodo dalla magnitudine apparente media (m_v) possiamo quindi ricavare la distanza della cefeide: **$d = 10^{(m_v - M_v + 5)/5}$**

Magnitudine di sorgenti estese

Le relazioni sin qui fornite si riferiscono a oggetti puntiformi, come, data la loro grande distanza, possono essere considerate tutte le stelle.

La luminosità totale di una sorgente estesa, come per esempio un pianeta, una galassia, un ammasso stellare o una cometa, sono espresse dalla loro **magnitudine integrata**, che si ricava a partire dalla magnitudine superficiale (m_{sup}), una grandezza che indica la magnitudine di una porzione standard (tipicamente 1 $arcsec^2$) della sorgente estesa.

Se un oggetto esteso ha m_{sup} uniforme, detta A la sua area avremo:

$$\mathbf{m_{integrata} = m_{sup} - 2.5 \log A}$$

ATTENZIONE: nei calcoli l'area deve essere espressa nelle medesime unità a cui si riferisce la m_{sup}. Per esempio se m_{sup} è espressa in mag/pc^2, l'area deve essere calcolata in pc^2; oppure se m_{sup} è espressa in $mag/arcsec^2$, l'area deve essere calcolata in $arcsec^2$.
Se un oggetto esteso e uno puntiforme hanno la stessa magnitudine apparente vuol dire che riceviamo da essi la stessa quantità totale di luce; tuttavia l'oggetto esteso sarà molto più difficile da osservare di quello puntiforme, poiché la sua luce è dispersa su un'area. La magnitudine superficiale ci fornisce quindi un'indicazione di quanto la sorgente estesa è facilmente osservabile in contrasto con la luminosità intrinseca del cielo

La luminosità del cielo allo Zenith nella banda V vale ~ 21.9 $mag/arcsec^2$.