

# Elementi di teoria ed esercizi sui moti apparenti della luna e dei pianeti

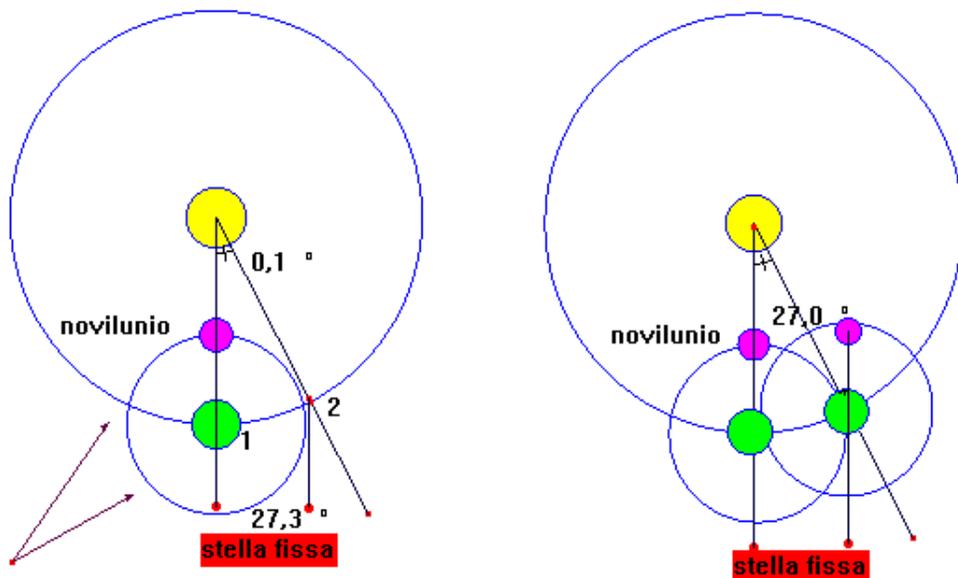
## La Luna

Moti apparenti della Luna e dei pianeti,  
massa e raggio della Luna, distanza Terra-  
Luna, fasi lunari e dei pianeti, transiti e  
occultazioni, eclissi

Olimpiadi di Astronomia 2018  
Selezione Interregionale Lazio  
[astrolimpiadi.lazio@iaps.inaf.it](mailto:astrolimpiadi.lazio@iaps.inaf.it)

## Il sistema Terra-Luna

La Terra e la Luna si possono considerare, per molti aspetti, come un pianeta doppio. Infatti, le dimensioni e la massa della Luna non sono affatto trascurabili rispetto a quelle della Terra: **Il raggio medio della Luna è circa 1/3.7 di quello della terra.** Anche le masse sono confrontabili: **Massa della Luna è circa 1/81 della massa della Terra.** E' infatti il **baricentro** del sistema Terra-Luna che si muove intorno al sole e la sua posizione è a circa 1700 km sotto superficie terrestre, quindi ben lontano dal centro della Terra ( $R_T=6371$  km).



sposta la terra da punto 1 a punto 2 [27° in 27 giorni]; poi sposta la luna di 360° (in 27 giorni); risulterà allineata con la stella ma non con sole e terra (novilunio); sposta la luna ancora di 27° per allinearla

Fig1.

<http://digilander.libero.it/furlanma/museo/cabrianima/lunare1.html>

**Mese siderale;  $M_{sid}=27d7h43m$** ; è il tempo che impiega la Luna ad effettuare un giro di  $360^\circ$  intorno alla terra rispetto alle stelle fisse

**Mese sinodico;  $M_{sin}=29d12h44m$** ; è la distanza di tempo che intercorre tra due noviluni.

**Se la terra fosse ferma rispetto al sole, i due mesi coinciderebbero.** Invece, nel tempo che la luna impiega per compiere una rivoluzione, ovvero  $360^\circ$  ( $13,3^\circ/\text{giorno}$ ), la terra si è spostata di  $27^\circ$  sulla sua orbita attorno al sole ( $1^\circ/\text{giorno}$ ). La luna perciò risulterà allineata con le stelle fisse ma non sarà ritornata in novilunio: stesso allineamento sole, luna, terra. La Luna deve quindi descrivere un angolo di  $27^\circ$  per riallinearsi con sole e terra.

# Librazioni

Il moto della Luna è molto complesso risentendo dell'influenza sia della Terra che del Sole. Ad esempio il piano dell'orbita varia la sua inclinazione rispetto all'eclittica di circa 40' ogni 6 mesi, le perturbazioni secolari invece influiscono sulla longitudine del perigeo dell'orbita che si sposta verso est e fa un intero giro dell'eclittica in circa 9 anni (*anno anomalistico*). I nodi dell'orbita si spostano sull'eclittica in senso opposto e percorrono tutta l'eclittica in circa 18 anni e 7 mesi (*mese draconico*).

La Luna mostra un moto di rotazione attorno al proprio asse che è sincrono col moto di rivoluzione attorno alla Terra, di conseguenza, in prima approssimazione, la Luna rivolge verso la Terra sempre lo stesso emisfero. Ma in realtà questo non è propriamente vero perché la luna è soggetta ad altri moti apparenti, detti di librazione. L'effetto dei moti di librazione fa sì che la faccia rivolta verso la terra non sia esattamente la stessa sempre. Infatti, dalla terra si riesce ad osservare il 59% della superficie della Luna e non il 50% come ci si aspetterebbe da un moto perfettamente sincrono. I moti di librazione si dividono in:

- Librazione in longitudine: dovuta al fatto che per la seconda legge di Keplero, all'apogeo la luna è più veloce che al perigeo, mentre la velocità di rotazione è costante.
- Librazione in latitudine: l'asse di rotazione della luna è inclinato di circa 6° rispetto alla perpendicolare al suo piano orbitale. Perciò di volta in volta la Luna mostra alla Terra prima un polo, poi un altro (stesso meccanismo delle stagioni per la Terra rispetto al Sole).
- Librazione diurna o parallattica. la visione prospettica della Luna dipende dalla posizione dell'osservatore sulla terra (influisce di circa un 1° )
- Librazione fisica: di entità trascurabile, dovuta alla variazione di direzione del semiasse maggiore dell'orbita lunare.

# Transiti e occultazioni

Le Occultazioni sono fenomeni in cui un oggetto celeste ne copre un altro in maniera da renderlo invisibile all'osservatore per un certo periodo di tempo. Transiti sono invece il passaggio di un corpo celeste più piccolo davanti ad un altro più grande. In questi due fenomeni sono sempre coinvolti oggetti del sistema solare: Luna, Sole, pianeti, satelliti. Ma si può parlare anche di transito di un esopianeta davanti alla sua stella.

Tra questo tipo di fenomeni il più comune è **l'occultazione di stelle fisse da parte della Luna** che permette, conoscendo l'esatta posizione della stella, uno studio molto dettagliato della velocità e della posizione della Luna e quindi del suo moto. Durante un'occultazione si distinguono due fasi: l'immersione, cioè la sparizione dell'astro dietro il bordo lunare, e l'emersione, cioè la riapparizione dell'astro dall'altra parte del disco lunare.

Fenomeni più rari ma molto importanti per determinare le caratteristiche dei pianeti e dei satelliti sono ad esempio:

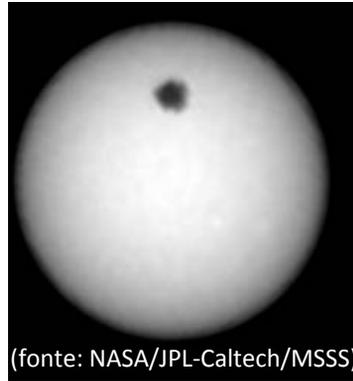
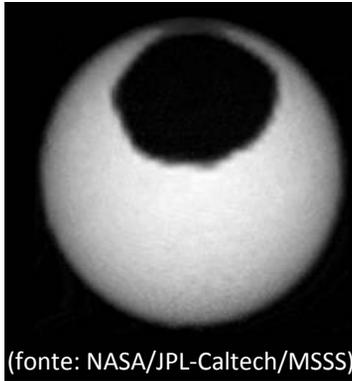
- Pianeti occultati dal sole
- Pianeti occultati dalla luna
- Luna che occultata oggetti estesi lontani (ammassi, galassie, nebulose)
- Satelliti occultati dal loro pianeta
- Occultazioni mutue tra pianeti (ad es. Saturno occultato da Giove, che ha orbita più interna)
- Transito di Mercurio e/o Venere davanti al sole
- Transito dei Satelliti davanti al loro pianeta (con proiezione dell'ombra del satellite sul pianeta, vedi figura)
- Transiti tra pianeti (Es: Venere in transito davanti a Giove)



Fig2. Triplo transito su Giove

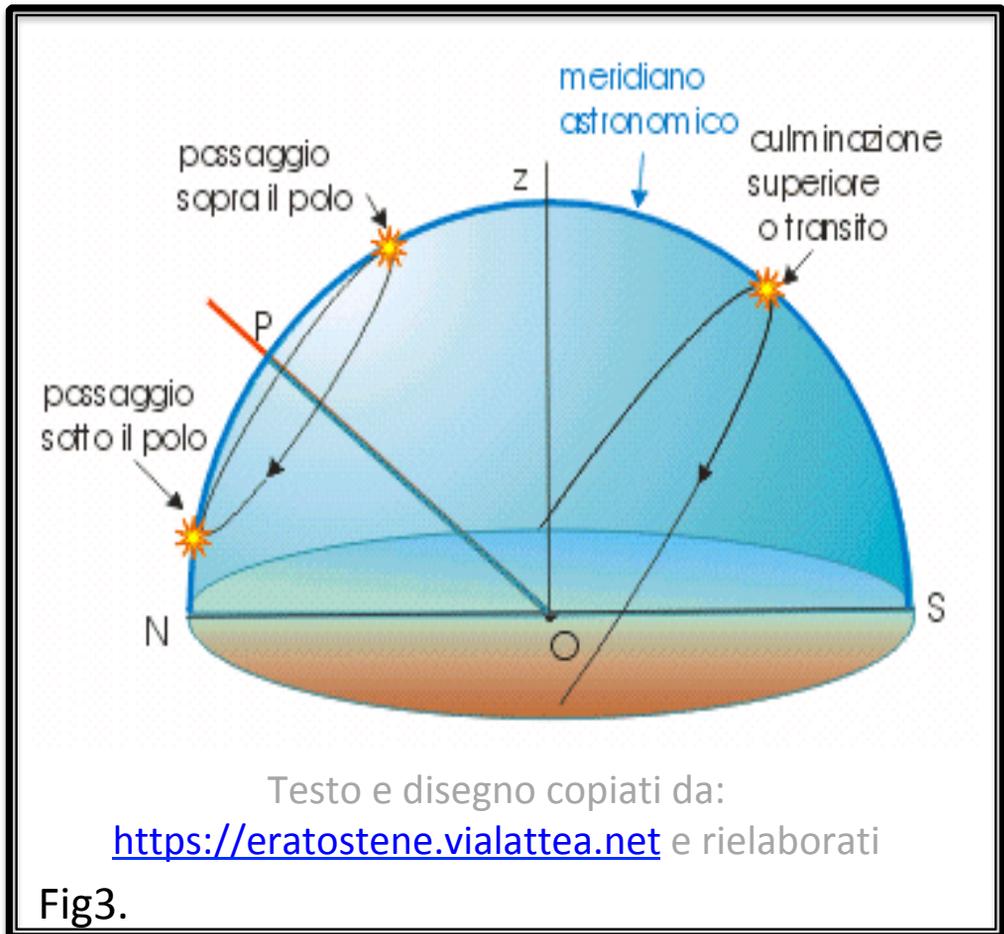
Anche le eclissi di sole e di Luna possono essere considerate dei transiti.

Le due figure a qui sotto sono rispettivamente Phobos (Fig. 1a) e Demos (Fig. 1b), viste dal rover Curiosity della NASA sulla superficie di Marte, che transitano sul disco del sole. Quindi da Marte si possono osservare due tipi diversi di eclisse di Sole.



## ALCUNE DEFINIZIONI UTILI

**Il Tempo solare medio (TSM**, detto anche tempo medio, tempo medio locale) è l'angolo orario del Sole medio più 12 ore. L'ora zero (inizio del giorno solare medio) è data dalla culminazione inferiore del Sole medio per il luogo di osservazione.



**La culminazione** è il passaggio di un corpo celeste attraverso il meridiano astronomico (cerchio massimo che passa per i poli, lo zenit e il nadir).

Si distingue una culminazione superiore o transito come l'attraversamento più vicino allo zenit e la culminazione inferiore come l'attraversamento più lontano dallo zenit.

**Per le stelle circumpolari e per la Luna**, il transito viene detto anche **passaggio sopra il polo**, mentre la culminazione inferiore si chiama anche **passaggio sotto il polo**.

# Fasi Lunari

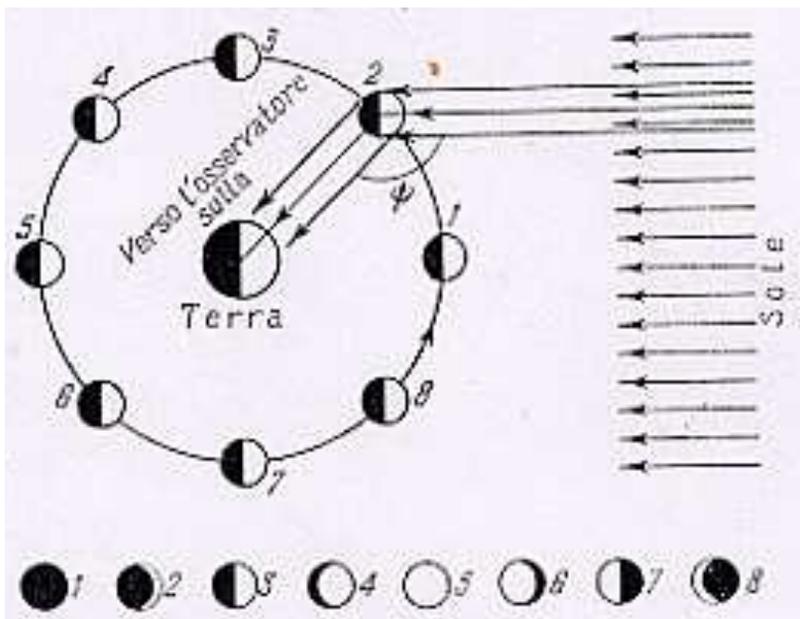


Fig4.

Le fasi lunari sono una conseguenza delle diverse posizioni occupate dalla Luna, rispetto al Sole, nel suo moto di rotazione attorno alla Terra (vedi Fig1); Si possono distinguere 4 fasi principali che si trasformano progressivamente l'una nell'altra, più due fasi intermedie:

- **Luna nuova, (1)** in congiunzione col sole, invisibile, mostra la sua parte in ombra. Culmina a mezzogiorno (tempo solare medio). Stessa longitudine del sole
- **Luna crescente (2)** appare dopo due giorni dalla luna nuova, una falce sottile ad ovest al tramonto in direzione del sole, convessità verso il sole.
- **primo quarto(3).** Dopo 7 giorni dalla luna nuova, la Luna è in quadratura orientale ( $90^\circ$  est in longitudine dal sole), culmina alle 18.00 (TSM), visibile solo nella prima parte della notte.
- **Luna gibbosa crescente (4).** La parte illuminata continua a crescere per 7 giorni
- **Luna piena (5).** Dopo 7 giorni dal primo quarto, in opposizione col Sole ( $180^\circ$  in longitudine rispetto al Sole), tutto il disco illuminato, visibile tutta la notte, culmina a mezzanotte (TMP).
- **Luna gibbosa calante (6.).** la luna comincia a decrescere, convessità rivolta verso levante.
- **Ultimo quarto (7.).** Dopo 7 giorni dalla luna piena, in quadratura (longitudine  $90^\circ$  ovest dal Sole), culmina alle 6 del mattino(TMP), visibile solo nella seconda metà della notte
- **Luna calante(8.).** Falce sempre più piccola finché si ritorna in congiunzione col Sole.



# Eclissi di sole e di luna



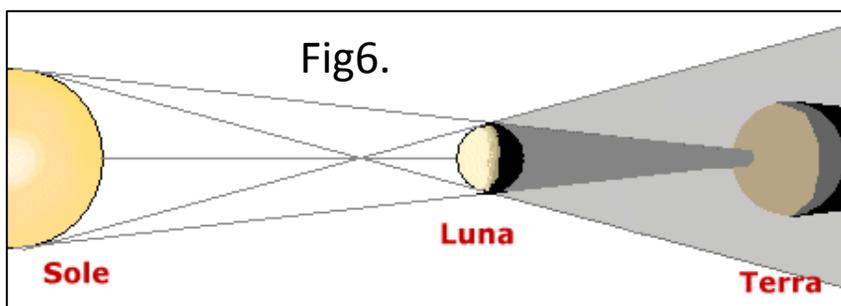
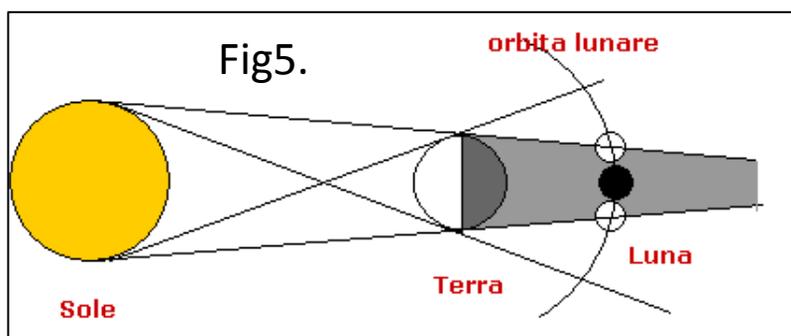
**Eclisse di Sole= occultazione del Sole da parte della Luna.**

**Eclisse di Luna= occultazione della Luna da parte della Terra.**

Per una strana coincidenza Sole e Luna, pur avendo dimensioni molto diverse, si trovano a distanze tali dalla Terra da mostrare più o meno lo stesso diametro apparente (circa  $0^{\circ}.5$ ). Luna è circa 400 volte più vicina alla Terra ma suo diametro è circa 400 volte più piccolo di quello del Sole.

Se il piano dell'orbita della Luna coincidesse con quello dell'eclittica, invece di essere inclinato di  $5^{\circ}9'$ , ad ogni novilunio si avrebbe un'eclisse di Luna e ad ogni plenilunio un'eclisse di Sole. Quindi, condizione necessaria e sufficiente perché si abbia un'eclisse è che in plenilunio o novilunio la Luna si trovi in prossimità dei nodi, cioè in vicinanza dell'eclittica e che i centri di Luna e Sole siano allineati, o quasi allineati, con l'osservatore.

## Eclisse di Luna



## Eclisse di Sole

Al novilunio possono esserci eclissi di Sole totali, anulari o parziali. Questo dipende da quanto è buono l'allineamento tra Luna e Sole (eclisse parziale) e dalle dimensioni apparenti del disco lunare, se eccede quello del sole (eclisse totale) o se è più piccolo (eclisse anulare). Analogamente al plenilunio, se la Terra si interpone tra il Sole e la Luna, può intercettare per intero (eclissi totale) o in parte (eclissi parziale) i raggi solari che illuminano la Luna.

## Es 1. La Luna è alla sua culminazione superiore alle 8pm Tempo solare medio. Stima la fase della luna

Soluzione:

considerando il giorno solare medio si ha:

- La luna nuova culmina a mezzogiorno
- La Luna piena culmina a mezzanotte
- Il primo quarto culmina alle 18.00
- L'ultimo quarto culmina alle 6 del mattino

Quindi se la luna culmina alle 20.00 vuol dire che è tra il primo quarto e la luna piena: La luna è quindi

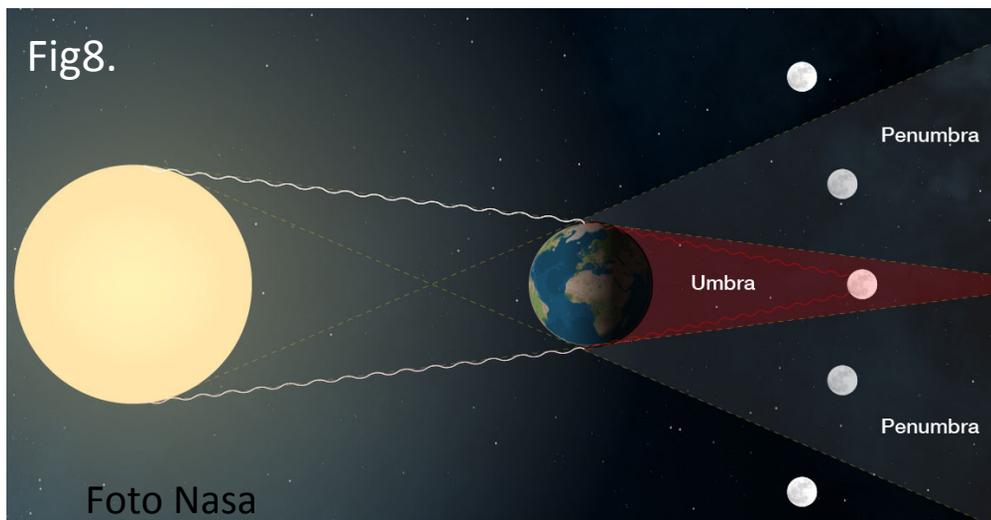
**GIBBOSA CRESCENTE**



---

## Es 2. Perché durante un'eclissi totale, la Luna non è buia ma illuminata da una luce più tenue di quella Solare diretta e di colore rosso?

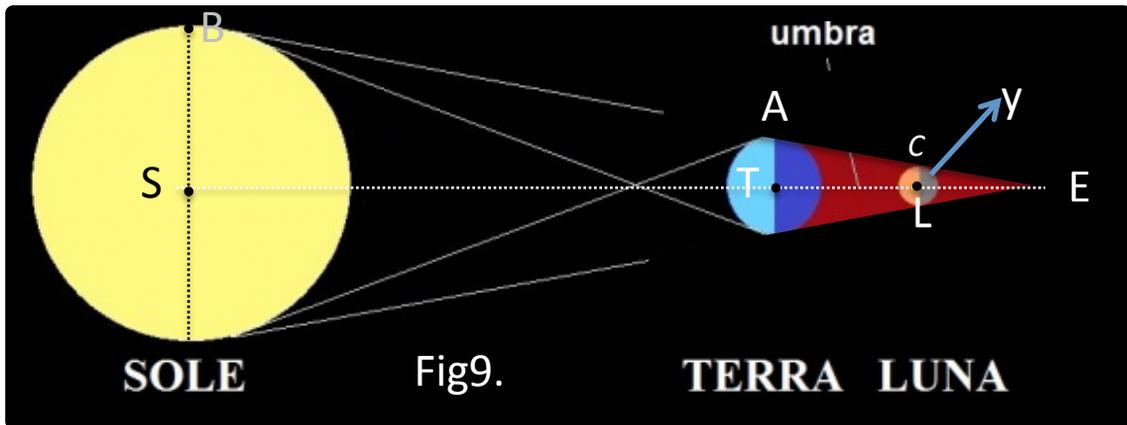
La luce solare attraversando l'atmosfera subisce rifrazione, ovvero una deviazione del percorso della luce che dipende dalla frequenza e quindi la luce si divide nei suoi colori. Inoltre la luce viene diffusa dalle particelle dell'atmosfera.



La luce blu-violetta subisce una diffusione più marcata rispetto a quella rossa che invece esce dalla terra ed illumina la Luna. Mentre la luce blu viene "sparpagliata" (cielo azzurro). Allo stesso fenomeno è attribuibile la debole luminosità del disco lunare in ombra quando solo una falce di Luna è illuminata.

**Es 3. Calcolare il raggio  $y$  della sezione del cono d'ombra proiettato dalla terra per effetto dell'illuminazione solare sulla Luna posta ad una distanza  $l=60r$  (con  $r$  =raggio terrestre=AT)**

$x=LE$ , altezza del cono  
 $a=ST$  = dist. terra-Sole= 23481r  
 $R = BS$  = raggio del sole=109r  
 $l= LT$  = dist. terra-luna=60r



I triangoli BSE, ATE e CLE (n.b. CL=y) sono triangoli simili, ovvero hanno tutti gli angoli uguali. Quindi si ha che il rapporto tra i due cateti è costante:

$$\frac{LE}{y} = \frac{SE}{R} = \frac{TE}{r}; \text{ ma } TE = TL + LE = 60r + x$$

definiamo poi :  $x = \tilde{x}r$  e  $y = \tilde{y}r$  per comodità

$$1) \frac{TE}{r} = \frac{SE}{R} = \frac{ST}{R} + \frac{TL}{R} + \frac{LE}{R} \Rightarrow \frac{60r + x}{r} = \frac{a}{R} + \frac{60r}{R} + \frac{x}{R};$$

$$R = 109r; a = 23481r; l = 60r; x = \tilde{x}r;$$

$$\frac{60r + \tilde{x}r}{r} = \frac{23481r}{R} + \frac{60r}{R} + \frac{\tilde{x}r}{R} = \frac{23421r + \tilde{x}r}{109r};$$

$$60 + \tilde{x} = \frac{23421 + \tilde{x}}{109} \Rightarrow \tilde{x} = 156.276 \Rightarrow x = 156.3 r.$$

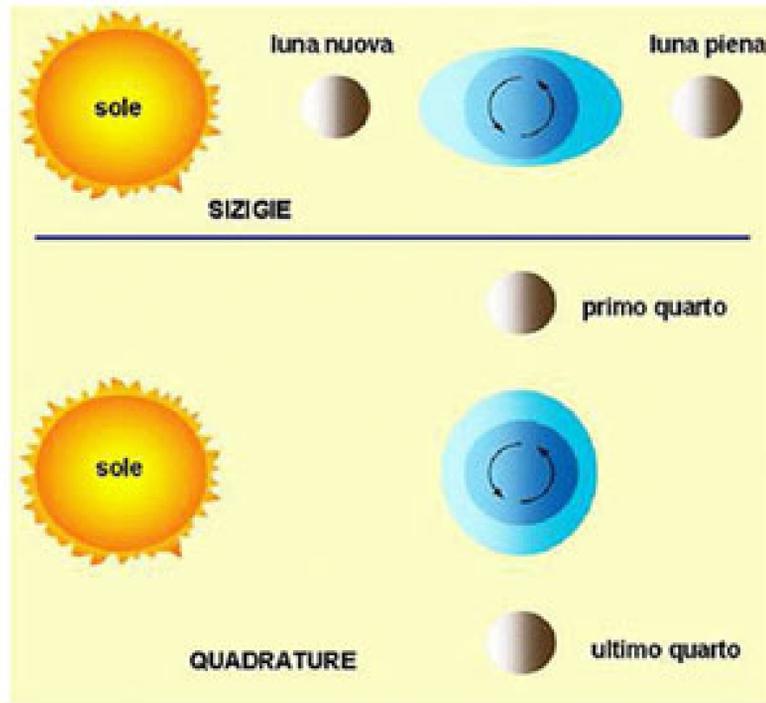
Dalla eq 1) si ha:  $\frac{x}{y} = \frac{TE}{r}$ ;  $TE = x + TL = x + 60r = \tilde{x}r + 60r$ ;  $y = \tilde{y}r$

$$\frac{\tilde{x}r}{\tilde{y}r} = \frac{\tilde{x}r + 60r}{r} \Rightarrow \tilde{y} = 0.72 \Rightarrow y = 0.72r$$

Poiché il raggio della luna è pari a:  $r_L=0.00027r$ , il raggio del cono d'ombra sarà molto maggiore del raggio della Luna. Il cono d'ombra proiettato dalla terra sulla luna ha sempre un'apertura molto più ampia del raggio della Luna. Quindi non esistono eclissi anulari di Luna (mentre per le eclissi di sole questo non è vero). Durante un'eclissi totale di Luna tutta la luna può entrare nel cono d'ombra. Mentre durante un'eclisse di sole, l'ombra della Luna ricopre una piccola porzione della superficie terrestre.

## Alcuni cenni sulle maree

Quali fasi della luna hanno come effetto delle maree più intense e perchè



- *Maree sigizie, luna nuova e luna piena. Bassa e alta marea iù intense*
- *Maree alle quadrature, Luna e Sole perpendicolari, maree meno intense.*
- *Ci sono poi periodi particolari dove la declinazione di sole e luna si eguagliano:*
  1. *Agli equinozi di marzo e settembre (declinazioni nulle), la componente lunisolare raggiunge la massima forza (maree equinoziali). In questo periodo le maree sigiziali sono molto più grandi .*
  2. *Al solstizio di giugno e dicembre la componente lunisolare raggiungerà il suo valore massimo generando le maree solstiziali; in questo periodo le maree diurne e le relative disequaglianze diurne raggiungono il loro valore massimo.*

Risposta: le maree sigizie dove le componenti Luna sole si sommano ed in particolare , le maree sigizie agli equinozi e ai solstizi, dove sole e luna sono anche allineati

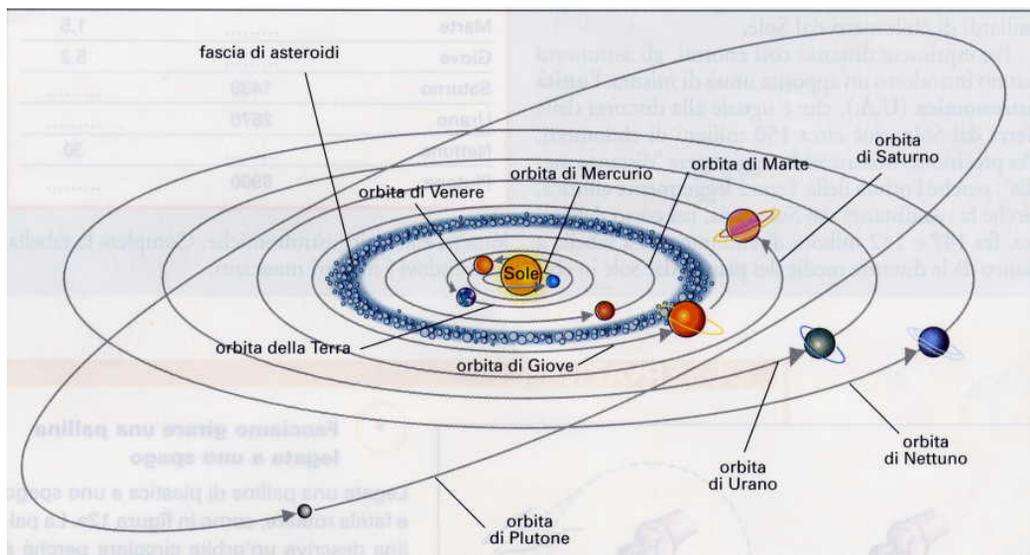
## Moto dei pianeti intorno al Sole

I pianeti del sistema solare orbitano tutti nello stesso verso e ruotano su se stessi nello stesso verso della loro orbita, eccetto Urano e Venere che ruotano su se stessi in verso opposto.

Le orbite dei pianeti del nostro sistema solare sono approssimativamente complanari al piano dell'ecclittica, con l'eccezione di Plutone e Mercurio, inclinati rispettivamente  $17^\circ$  e  $7^\circ$ . In particolare, l'orbita di Plutone è talmente eccentrica da arrivare ad intersecare l'orbita di Nettuno

Visti dalla superficie solare, i pianeti ci sembrerebbero muoversi su cerchi sulla sfera celeste sempre nello stesso verso anche se con velocità angolare variabili.

Il moto dei pianeti del sistema solare in generale è un buon accordo con le leggi di Keplero. Ma in realtà occorrerebbe considerare anche le perturbazioni indotte dai pianeti vicini e dalla presenza dei satelliti. E' quindi solo in prima approssimazione che le orbite dei pianeti possono essere considerate Kepleriane. L'effetto delle perturbazioni fa sì che le ellissi delle orbite vengano lentamente modificando la loro giacitura, la loro eccentricità e le loro dimensioni.



### Pianeti Interni/pianeti esterni

Si definiscono qui come **PIANETI INTERNI**: i pianeti più vicini al sole rispetto alla Terra (**Mercurio e Venere**). In realtà spesso la definizione di "PIANETA INTERNO" si riferisce ai primi 4 pianeti del sistema solare: quelli rocciosi, ovvero quelli interni alla fascia degli asteroidi che si trova tra Marte e Giove. Quindi: Mercurio, Venere, Terra e Marte

## **Moto Apparente dei pianeti**

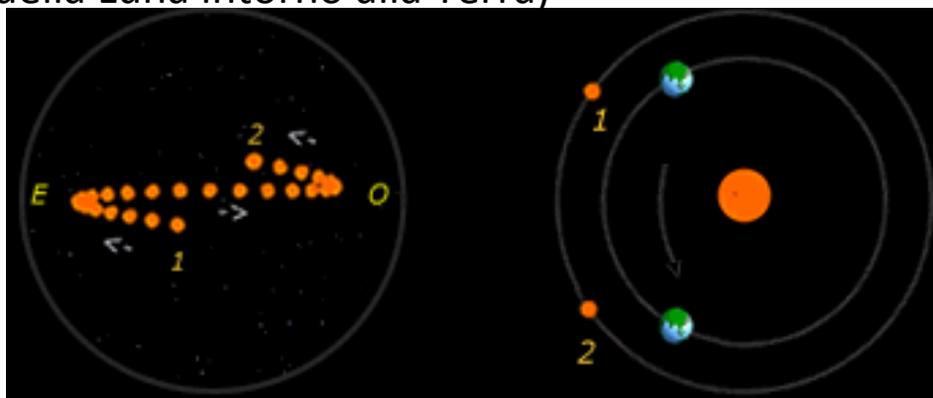
Per effetto del proprio moto di rivoluzione intorno al sole e di quello della terra, i pianeti (in particolare quelli esterni) descrivono sulla sfera celeste col passare del tempo delle "S" o dei cappi. Quando il pianeta si muove da ovest verso est si parla di **moto diretto**, mentre quando cambia direzione di parla di **moto retrogrado**. Il punto in cui il pianeta cambia direzione è chiamato **punto stazionario**. Più il pianeta è lontano più dura la sua permanenza nel moto retrogrado. Se un pianeta fosse lontano dal sole e praticamente fermo rispetto alla terra, il suo moto descriverebbe un'ellisse pari alla sua parallasse.

**Periodo sinodico:** il tempo che intercorre tra due eventi (ad esempio due opposizioni successive)

**Periodo siderale:** il periodo "vero" di rivoluzione intorno al sole, ovvero dopo aver percorso 360°. Il periodo siderale è tipico di un dato corpo celeste, mentre il periodo sinodico dipende dalla differenza o dalla somma dei periodi siderali dei due corpi presi in considerazione (es. il periodo sinodico della Luna intorno alla Terra)

$\omega_p =$  Velocità angolare media del pianeta

$\omega_0 =$  Velocità angolare media della Terra



$$\omega_p = \frac{2\pi}{P_s}; \quad P_s = \text{periodo sinodico}$$

Relazione che lega la velocità angolare sinodica a quella siderale per pianeti esterni

$$\omega_s = \omega_0 - \omega_p$$

Relazione che lega il periodo sinodico a quello siderale per pianeti interno e Luna

$$\omega_s = \omega_p - \omega_0$$

Relazione che lega il periodo sinodico a quello siderale: **Il secondo termine dell'equazione cambia di segno se si tratta di un pianeta esterno all'orbita terrestre  $p_s > 365g$**

$$\frac{2\pi}{P_s} = \left| \frac{2\pi}{P_p} - \frac{2\pi}{P_0} \right| \rightarrow \frac{1}{P_s} = \left| \frac{1}{P_p} - \frac{1}{P_0} \right|$$

## Fasi dei pianeti interni

A causa dei rispettivi moti orbitali, anche i pianeti mostrano le "fasi"

Il fenomeno è molto evidente solo nei pianeti interni (Mercurio e Venere) che, similmente alla Luna, mostrano porzioni del proprio disco apparente che progressivamente vengono illuminati dalla luce solare, passando da una fase nulla, quando sono in congiunzione inferiore, ad una completa quando appaiono al di là del Sole in congiunzione superiore

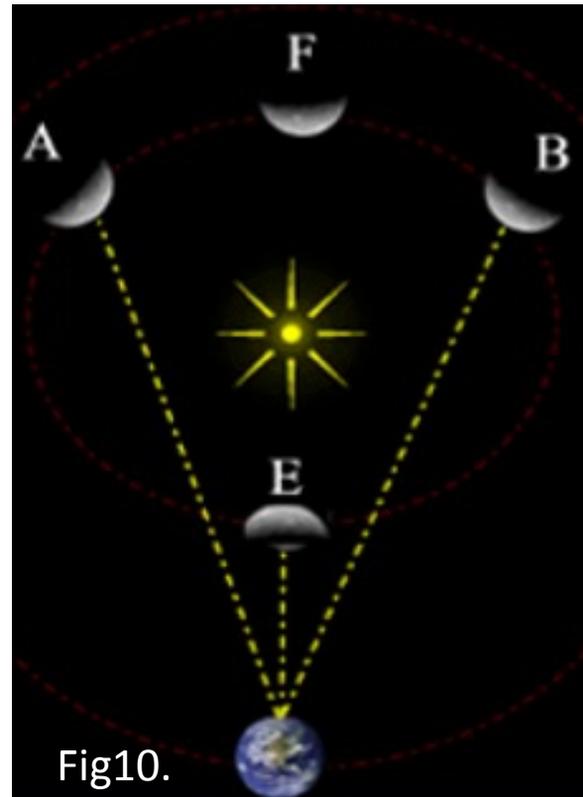


Fig10.

Durante il moto intorno al sole i pianeti interni, visti dalla Terra, acquisiranno differenti gradi di elongazione dal Sole e ad ogni grado corrisponderà una illuminazione diversa della sua superficie e quindi una diversa fase.

Durante la congiunzione inferiore, il pianeta dalla terra è invisibile dal momento che la faccia scura è rivolta a noi. In questo caso, la fase è dello 0% ed il pianeta è invisibile (a meno di un eventuale transito sul disco solare).

In congiunzione superiore, tutto il disco del pianeta è invece illuminato in direzione della terra, ma il Sole si frappone tra la terra ed il pianeta. In tal caso la fase è del 100% ma sostanzialmente il pianeta è invisibile perché anche se non fisicamente occultato dal disco solare, si trova così vicino al sole che sorge e tramonta con il sole, quindi invisibile con normali strumenti astronomici

Nelle fasi di massima elongazione ci saranno i quarti.

## Fasi dei pianeti esterni

Essendo le Orbite di tutti gli altri pianeti, eccetto Mercurio e Venere, esterne alla nostra, mostreranno sempre l'emisfero illuminato, variando di poco la percentuale interessata ed assumendo quel curioso aspetto definito "**gibboso**". Si può calcolare che la fase di un pianeta esterno "in quadratura" dipende dal rapporto tra il raggio dell'orbita della terra e quello dell'orbita del pianeta. Da questo si deduce facilmente che l'unico pianeta esterno di cui è possibile percepire con un normale telescopio, senza l'aiuto di strumentazione, la fase è Marte (la % di illuminazione per Marte può arrivare allo 0.877). Per gli altri l'illuminazione della superficie non scende sotto lo 0.989 (Giove)

### Definizione: TERMINATORE

E' detto terminatore l'insieme dei punti su una luna o pianeta dove i raggi che compongono la radiazione solare sono tangenti alla superficie. La linea separa porzioni di superficie in cui è presente la luce da quelle in cui c'è oscurità. Anche sulla terra esiste un terminatore che è ovviamente il terminatore è il cerchio che separa il giorno dalla notte.

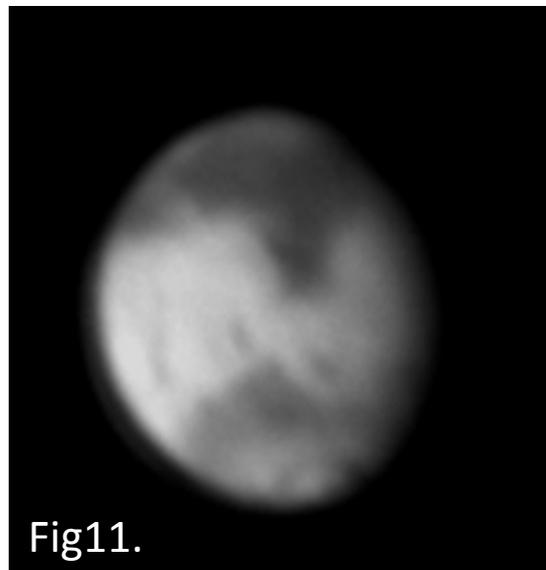


Fig11.

### Marte in fase Gibbosa

<http://>

[paolocampaner.blogspot.it/  
2012/05/marte-2012.html](http://paolocampaner.blogspot.it/2012/05/marte-2012.html)

Es 4. Dato il mese siderale della Luna pari a  $M_l=27.322$  calcoliamoci il mese sinodico,  $M_s$ .

$$\frac{1}{P_s} = \frac{1}{P_p} - \frac{1}{P_0} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{M_s} = \frac{1}{M_l} - \frac{1}{P_0}$$

$$\frac{1}{M_s} = \frac{1}{27.322g} - \frac{1}{365.256g} = \frac{1}{0.0339} = 29.5g$$

Es 5. Supponiamo invece di calcolare il periodo tra 2 noviluni di Titano rispetto ad un osservatore posto su Saturno (supponendo ovviamente che gli altri satelliti di Saturno influenzino l'orbita di Titano in maniera trascurabile). Possiamo definire questo periodo come il "mese" sinodico di Titano.

**ATTENZIONE!!** Per la precisione per "mese sinodico" si intende il periodo di tempo tra due successivi noviluni della LUNA rispetto ad un osservatore terrestre. Però solo per questo esercizio possiamo estenderne il significato e definire un "mese sinodico rispetto a Saturno"

$$\frac{1}{P_s} = \frac{1}{P_p} - \frac{1}{P_0}$$

$P_0$  = in questo caso è il periodo siderale di saturno = 29,45 anni =  $29.45 \cdot 365 = 10749.25$  giorni

$P_p$  = è il "mese" siderale di Titano = 15,9 giorni

$P_s$  = il "mese" sinodico di Titano rispetto a saturno

$$\frac{1}{P_s} = \frac{1}{15,9} - \frac{1}{10749.25} = 0.063$$

$$P_s = 15.92$$

Nel caso di Titano, visto da un osservatore posto su Saturno, periodo sinodico e periodo siderale praticamente coincidono. Questo perché Saturno ha un periodo siderale è talmente lungo rispetto al "mese" siderale di Titano da poter essere considerato fermo rispetto al Sole

**Es 6. Quali pianeti del Sistema Solare possono sorgere a est la sera?**

Risposta: Ovviamente solo pianeti esterni, i pianeti interni sono sempre dalla parte del sole (vedi Fig13). Quindi sorgono e tramontano dalla stessa parte del Sole. Se sono ad un'elongazione dal Sole abbastanza grande si possono osservare ad est la mattina oppure ad ovest la sera.



**Es 7. Quali pianeti del sistema solare possono osservarsi in opposizione al sole?**

Risposta: Ovviamente sempre i pianeti esterni

**Es 8. Quanto vale la distanza Terra-Marte quando la distanza angolare Marte-Sole è di  $60^\circ$ ? Si consideri per le distanze terra-Sole e Marte un valore pari al semiasse maggiore dell'orbita**

**Impostazione**

$$\begin{aligned}
 a &= TM = ? \\
 c &= ST = 1 \text{ UA} \\
 b &= SM = 1.523 \text{ UA} \\
 \beta &= 60^\circ
 \end{aligned}$$

Per un triangolo qualsiasi sia ha:

$$\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Fig14.

**Soluzione:  $TM = 1.753 \text{ UA}$**

**Definizione: Terminatore:** E' detto terminatore l'insieme dei punti su una luna o pianeta dove i raggi che compongono la radiazione solare sono tangenti alla superficie. La linea separa porzioni di superficie in cui è presente la luce da quelle in cui c'è oscurità. Anche sulla terra esiste un terminatore che è ovviamente il terminatore è il cerchio che separa il giorno dalla notte.

---

**Es8bis.** Supponiamo che Marte si trovi in quadratura, ovvero che l'angolo a che sottende la distanza sole Marte sia retto (l'angolo retto ha come vertice la terra). Marte si presenterà in fase, ovvero non sarà completamente illuminato, ma Sulla superficie sarà presente un terminatore, la linea che separa il giorno dalla notte.

Calcolare la fase del pianeta,  $F$ , ovvero il rapporto tra la superficie illuminata,  $A$ , e la superficie totale del disco,  $S_{Tot}$  assumendo che:

- le orbite dei pianeti siano circolari
- Marte sia una sfera perfetta

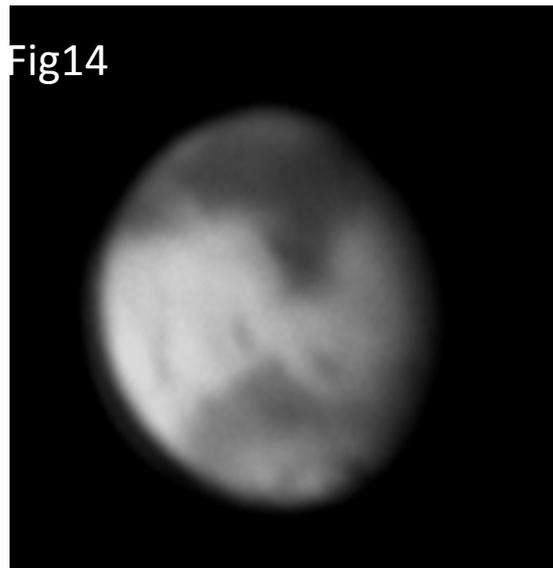


Fig14

**Marte in fase Gibbosa**

<http://paolocampaner.blogspot.it/2012/05/marte-2012.html>

## Soluzione

poiché il profilo del terminatore è la proiezione di un semicerchio, avrà la forma di una semiellisse di semiassse maggiore pari a raggio di Marte e di semiassse minore pari al segmento PH (vedi figura 1 e 2). Osservando la figura 2 si deduce facilmente che l'area illuminata, A, del disco planetario (l'area bianca in fig2) è composta da due figure geometriche: una semi-ellisse delineata dal terminatore + una semicirconferenza di raggio pari al raggio del pianeta.

$$F = \frac{A}{S_{Tot}}; \quad A = \frac{\pi r^2}{2} + \frac{\pi r PH}{2}; \quad PH = r \cos(\delta)$$

$$A = \pi r^2 \frac{(1 + \cos \delta)}{2};$$

$$F = \frac{\pi r^2 (1 + \cos \delta)}{2\pi r^2} = \frac{1 + \cos \delta}{2};$$

$$R_T = R_s \sin \delta \Rightarrow \delta = \arcsin\left(\frac{R_t}{R_s}\right)$$

La fase in quadratura dipende sostanzialmente dall'angolo  $\delta$ . E l'angolo dipende dal rapporto tra la distanza terra-sole e quella marte-sole. **Quindi più lontano è il pianeta più l'area del disco sarà illuminata nella quasi totalità**

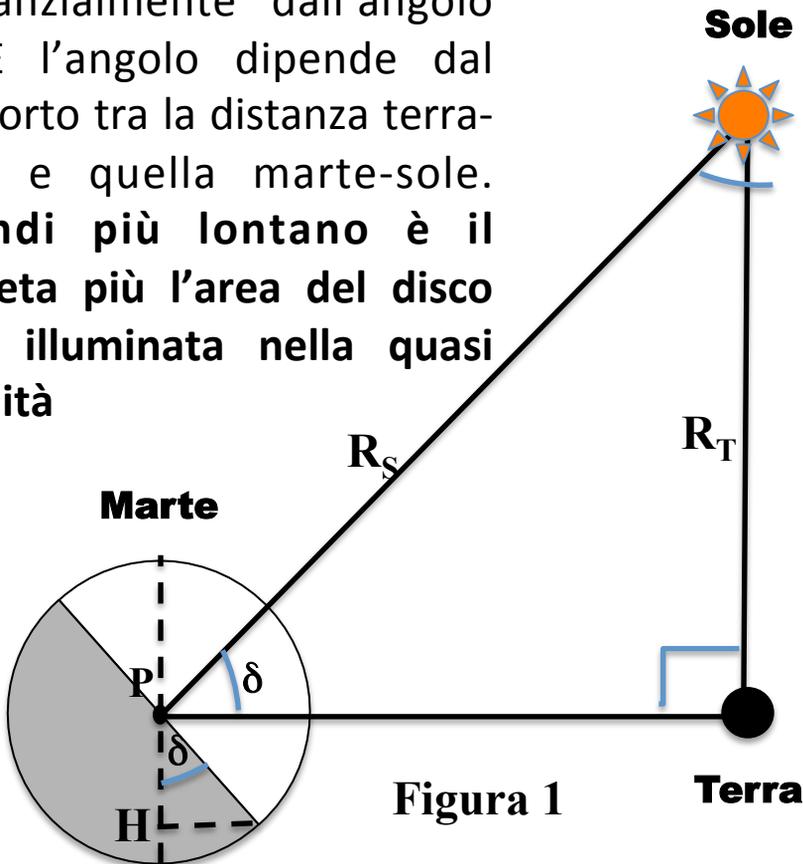


Figura 1

Terra

Aspetto di Marte visto dalla Terra

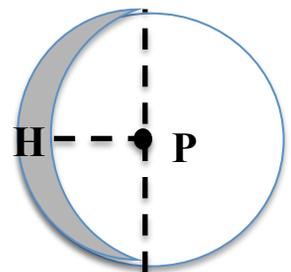


Figura 2

**Es9.** Volete calcolare quando si verificherà la prossima Luna Piena. Avete a disposizione un calendario basato sul mese lunare siderale, la cui durata è:  $M_{\text{siderale}} = 27.32$  giorni. Oggi è il 13 febbraio, il mese siderale in corso è iniziato con la Luna Nuova dello scorso gennaio e finirà tra 11 giorni. Sapendo che il mese lunare sinodico è  $M_{\text{sinodico}} = 29.52$  giorni, quando si verificherà la prossima Luna piena?

$13\text{Fe}+11\text{g}$ =fine mese siderale che inizia con luna nuova.

$G_i=13\text{Fe}+11\text{g}-27.32$ =inizio mese sidereale, luna nuova

$G_i+29.5$ =Luna Nuova successiva= $13\text{Fe}+11\text{g}-27.32\text{g}+29.5=13\text{Fe}+13.18$

La luna piena arriva a metà del mese sinodico  $29.5/2=14.8\text{g}$

La luna piena c'è stata  $2\text{g}$  fa ( $13\text{Fe}+13.8-14.8$ ). Quindi la prox luna piena ci sarà il mese successivo, ovvero: Giorno di luna nuova+  $14.8\text{g}$  quindi:

$13\text{Fe}+13.18\text{g}+14.8\text{g}= 13\text{Fe}+27.98\text{g}$  prox Luna piena= $13\text{Fe}+28\text{g}=$

12Marzo

---

**Es10. Dimostrare che da Catania non si può osservare la Luna passare allo Zenith. Per la soluzione si ricordi che l'orbita della Luna è inclinata di circa  $5^\circ$  rispetto all'eclittica. In quali regioni della Terra si può osservare la Luna passare allo Zenith?**

- Latitudine Catania circa  $37^\circ$
- Inclinazione dell'eclittica rispetto all'equatore celeste  $23^\circ 27'$
- Inclinazione della luna rispetto all'eclittica=  $5^\circ$

Angolo massimo della luna rispetto all'equatore:  $23^\circ 27'+5^\circ=28^\circ 27'$

Latitudine di Catania  $37^\circ$ ; Quindi per un osservatore posto a Catania: Avremo:  $37^\circ-28^\circ 27'=9^\circ 27'$ . Questo vuol dire che un osservatore posto a Catania vedrà la Luna molto alta nel cielo ma non allo zenit  $90^\circ-9^\circ 27'= 81^\circ 27'$ .

A quali latitudini la luna si può vedere allo Zenit?  $90^\circ- X^\circ-28^\circ 27'=90^\circ$ ;  
 $X^\circ=28^\circ 27'$  (deserto del Sahara circa)

Es. Calcolare l'elongazione massima di Mercurio e Venere e Marte. Quanto Tempo è possibile osservare i pianeti prima dell'alba e dopo il tramonto (assumendo orbite circolari e inclinazione del Sole pari a 0°)

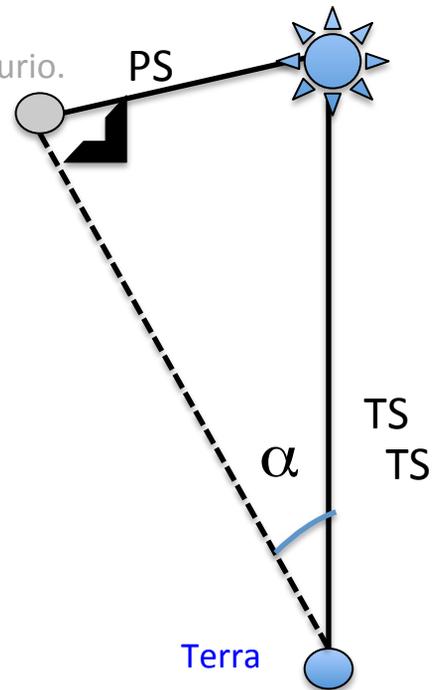
a1) Venere e Mercurio sono pianeti interni, La massima elongazione si ha quando nel triangolo formato da Terra, pianeta e Sole è retto (angolo retto nel pianeta)

$$PS = TS \operatorname{sen}(\alpha) \Rightarrow \alpha = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{PS}{TS}\right)$$

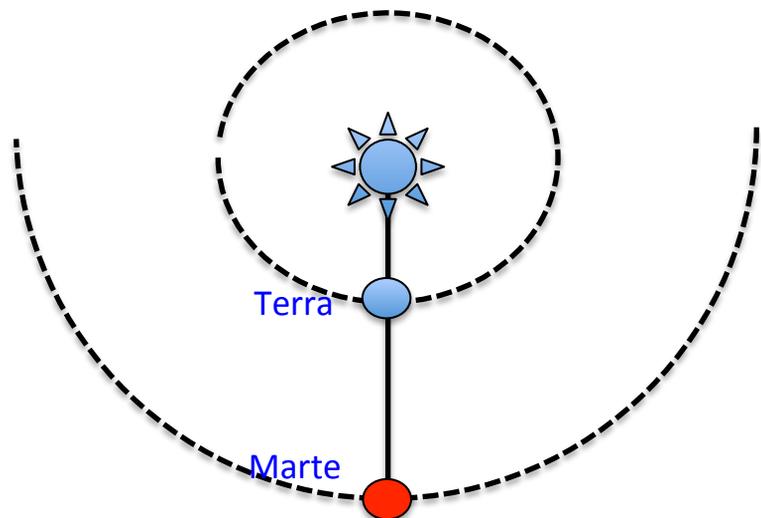
$$\alpha_{\text{mercurio}} = \operatorname{arc\,sen}(0,387) \approx 23^\circ$$

$$\alpha_{\text{Venere}} = \operatorname{arc\,sen}(0.723) \approx 46^\circ$$

a2) La sfera celeste ruota di  $360^\circ/24\text{h} = 15^\circ$  l'ora. Quindi:  $1\text{h}:15^\circ = x\text{h}:23^\circ$   
 $\rightarrow x = 23/15 = 1.4\text{h}$  per mercurio e  $x = 2.4\text{h}$  per Venere



b) Marte è pianeta esterno quindi l'elongazione massima può arrivare fino a  $180^\circ$ . Marte può essere osservato anche in opposizione al sole, per tutta la notte.



Es3 di un pianeta esterno si conosce il tempo trascorso tra due opposizioni successive  $P=398.9g$  ed il diametro angolare in opposizione  $\alpha=47.2''$ .

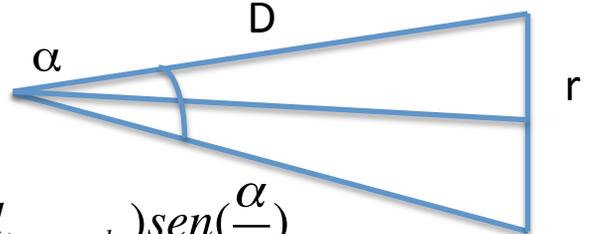
Calcolare:

- Il periodo siderale
- Il semiasse maggiore dell'orbita
- Il diametro del pianeta in km
- Che pianeta è

$$a) \frac{1}{P_s} = \frac{1}{P_0} - \frac{1}{P_p} \rightarrow \frac{1}{398.9} = \frac{1}{365} - \frac{1}{P_x} \rightarrow P_x = 4171.4g \rightarrow P_x = 11.4anni$$

$$b) \frac{T^2}{a^3} = \frac{(1anno)^2}{(1UA)^3} = 1 \rightarrow a = \sqrt[3]{(11.4)^2} = 5.1UA$$

$$c) \alpha=47.2'' \quad r=D \sin(\alpha/2); \quad \alpha=47.2''/3600=0.0131^\circ; \quad \alpha/2=0.00655$$



$$\begin{aligned} \text{diametro} &= 2r = 2D \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2(a - d_{\text{terra-sole}}) \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ &= 2 \cdot 4.1(UA) \cdot \sin(0.00655^\circ) = 8.1 \cdot 15 \cdot 10^7 (km) \cdot 1.14 \cdot 10^{-4} = 138 \cdot 10^3 km \end{aligned}$$

*N.B. poichè in questo caso si sta trattando un triangolo con i lati lunghi milioni di km e l'angolo  $\alpha$  di pochi secondi d'arco (questo succede spesso in astronomia), si assumono il cateto maggiore e l'ipotenusa sostanzialmente della stessa lunghezza. E per angoli molto piccoli seno e tangente hanno valori molto simili. Quindi si può usare alternativamente anche la formula  $r=d'Tg(\alpha)$ , dove  $d'$  non è altro che il cateto maggiore che assumeremo uguale a  $D$ .*

d) Il pianeta è Giove

Per approfondire

[http://www.na.astro.it/~rifatto/personale/dispense\\_di\\_astronomia.pdf](http://www.na.astro.it/~rifatto/personale/dispense_di_astronomia.pdf)

<https://raktimchatterjee.files.wordpress.com/2015/09/fundamental-astronomy.pdf>

<https://raktimchatterjee.files.wordpress.com/2015/09/astronomy-principles-and-practice.pdf>

<http://scienceolympiadsbd.blogspot.it/2013/06/astronomy-olympiad-preparation.html>