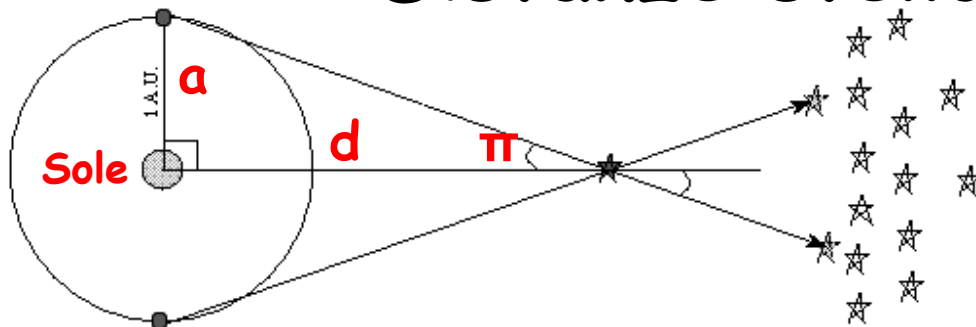


# Stelle: magnitudini e Diagramma H-R

Olimpiadi di Astronomia  
Sede interregionale del Lazio  
[astrolimpiadi.lazio@iaps.inaf.it](mailto:astrolimpiadi.lazio@iaps.inaf.it)

Terra

# Distanze stellari



Per misurare le distanze stellari, possiamo utilizzare il metodo della parallasse, usando come base di triangolazione la distanza media Terra-Sole che viene definita come l'unità astronomica (UA):

$$\text{Quindi } a = d \tan \pi \text{ da cui } d = 1 \text{UA} / \tan \pi$$

Il **parsec** e l'**anno luce** sono unità di misura di distanza usate in astronomia.

**Parsec** significa **parallasse** di un **secondo** d'arco.

Si definisce **Parsec** (pc) la distanza (d) dalla Terra di una stella che ha una parallasse ( $\pi$ ) di 1 secondo d'arco, cioè la distanza da cui il semiasse maggiore dell'orbita terrestre ( $a=1\text{UA}$ ) sottende un angolo  $\pi=1''$

Ne ricaviamo che se  $\pi=1''$ :

$$d = a / \tan \pi = 1 / \tan(1''/3600) = 1 \text{pc} = 206265 \text{UA} = 3 \cdot 10^{13} \text{km}$$

Poiché solitamente l'angolo di parallasse è molto piccolo si può approssimare  $\tan \pi = \pi$ . **La distanza di una stella in pc è l'inverso della sua parallasse annua in secondi d'arco.** Per esempio se  $\pi=0.04''$  segue che  $d=1/0.04=25 \text{pc}$

Le osservazioni da Terra permettono misure fino a un massimo di circa 100 pc. Il satellite Hipparcos ha ottenuto accurate misure di distanza fino a circa 1000 pc. Il satellite GAIA, lanciato il 19/12/2013, permette misure estremamente accurate fino a circa 10000 pc.

Si definisce '**anno luce**' (al) la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un anno: poiché  $c = 299792 \text{ km/s}$  ricaviamo:  $1 \text{ al} = c \times t = 299792 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s} = 9.4 \times 10^{12} \text{ km} = 63235 \text{UA}$ . Segue infine che **1 pc = 3.26 al**

$$\text{N.B.} = 1 \text{ arcsec} = 1'' = (1/60)' = (1/3600)^\circ$$

$$1^\circ = 60' = 60 \times 60 = 3600''$$

$1^\circ$  è la 360a parte di un angolo giro (nelle calcolatrici è indicato con DEG)

# Logaritmi e loro proprietà

Definizione: il valore del logaritmo è l'esponente che bisogna dare alla base per ottenere l'argomento

$$a = \log_{10}(b) \quad 10^a = b$$

Valore del logaritmo      base      argomento

Proprietà:

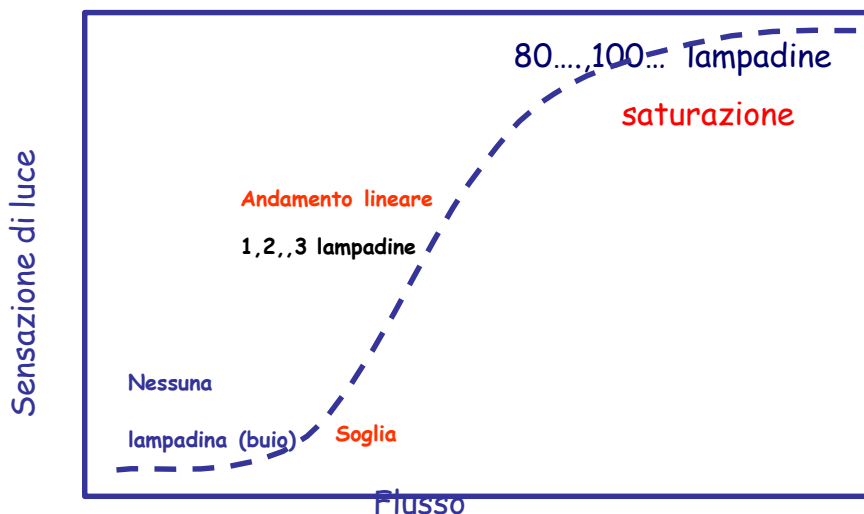
$$\log(b \times c) = \log(b) + \log(c)$$

$$\log(b/c) = \log(b) - \log(c)$$

$$\log(b^c) = c \times \log(b)$$

# Magnitudini

Una delle caratteristiche importanti di una stella è la quantità di energia da essa emessa nell'unità di tempo cioè la luminosità (L). La luminosità di una stella dipende dal suo stato fisico e dalla sua composizione chimica. Per conoscere la luminosità bisogna misurare il **flusso F**, cioè la **quantità di energia ricevuta per unità di tempo e di superficie**. Per valutare il flusso luminoso di un oggetto e metterlo in relazione con la sua luminosità si ricorre alla fisiologia. Si può dimostrare infatti che: dal punto di vista matematico **la reazione dell'occhio umano reagisce alla sensazione della luce secondo una legge di tipo logaritmico** cioè approssimativamente secondo la curva del tipo indicato in figura. All'inizio la curva è piatta a causa dell'assenza di luce, via via che il numero di lampadine accese aumenta ci sarà un incremento della percezione della luce che poi raggiungerà un valore limite quando il numero di lampadine accese sarà sufficientemente elevato per cui l'occhio non sarà più in grado di percepirne la differenza. Quindi la curva sarà costituita da una soglia iniziale, un andamento lineare e infine una saturazione. Questa curva ha un andamento che matematicamente descriviamo con la funzione 'logaritmo', per cui noi possiamo descrivere la 'sensazione di luce' come una costante K che moltiplica il logaritmo della 'flusso di luce' più una costante che rappresenta la soglia  **$m = K \log(F) + \text{cost}$**



# Magnitudine apparente

La magnitudine apparente  $m$  di una stella (o in generale di un corpo celeste) è un indice della sua luminosità nel cielo. Detto  $F$  il flusso misurato, ovvero la quantità di energia si definisce:

$$m = - 2.5 \log F + C$$

La costante "C" è scelta in modo che la magnitudine apparente visuale della stella Vega (=  $\alpha$  Lyr) sia pari a zero:

$$m_{\text{Vega}} = - 2.5 \log F + C = 0$$

Di norma il flusso è misurato in un intervallo dello spettro elettromagnetico e per la magnitudine si riporta un'indicazione della lunghezza d'onda a cui è stata fatta la misura. Ad esempio  $m_V$  indica una misura nella banda "V" (centrata alla lunghezza d'onda  $\lambda=5550 \text{ \AA}$ ).

Il flusso misurato a Terra è legato alla luminosità ( $L$ ) della stella dalla relazione:

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

dove  $d$  è la distanza della stella. Il flusso misurato sulla superficie terrestre dipende dalla luminosità della stella e dalla sua distanza. La magnitudine apparente non fornisce indicazioni sulla reale luminosità della stella; infatti stelle di pari luminosità, ma poste a distanze diverse, hanno magnitudini apparenti diverse.

La magnitudine apparente è una grandezza 'facile' da misurare; possiamo assumere di conoscerla per tutti gli oggetti visibili nel cielo.

Poiché le stelle si comportano con buona approssimazione come dei ‘corpi neri’ (un corpo nero è un corpo ideale che assorbe tutta la radiazione incidente sui di esso per poi irradiarla) la loro luminosità è data dalla formula:

$$L = 4 \pi R^2 \sigma T^4$$

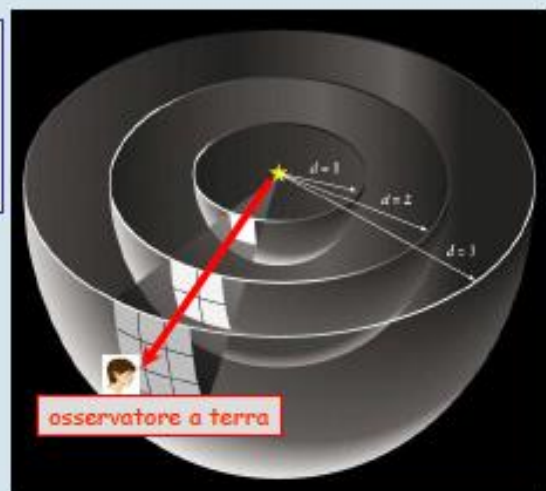
dove  $R$  è il raggio della stella,  $T$  è la temperatura della fotosfera in gradi assoluti (detta temperatura effettiva) e  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  è una costante detta costante di Stefan-Boltzmann.

Va notato che la scala delle magnitudini è ‘inversa’, cioè a numero minore corrisponde una luminosità maggiore.

Il valore del flusso misurato a Terra dipende dallo spessore di atmosfera che la luce proveniente dalla stella deve attraversare, cioè dall’altezza della stella sull’orizzonte; i valori tabulati, o nei casi in cui non si fa esplicito riferimento all’altezza sull’orizzonte, si riferiscono alla magnitudine alla Zenith.

Prendiamo una stella e disegniamo intorno ad essa delle sfere concentriche di diverso raggio:  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$

La quantità di energia che arriva sulla terra per unità di tempo e unità di superficie dipenderà dalla luminosità intrinseca della stella e dalla sua distanza.



# Operazioni con le magnitudini

Le magnitudini **NON** possono **MAI** essere direttamente sommate o sottratte, né è possibile utilizzare delle proporzioni.

**Differenza di magnitudini** - Date due stelle di magnitudine  $m_1$  e  $m_2$  vale la relazione nota come *Formula di Pogson*:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log F_1 + 2.5 \log F_2 = -2.5 \log \frac{F_1}{F_2}$$

Esplicitando i flussi in funzione della distanza, raggio e temperatura avremo:

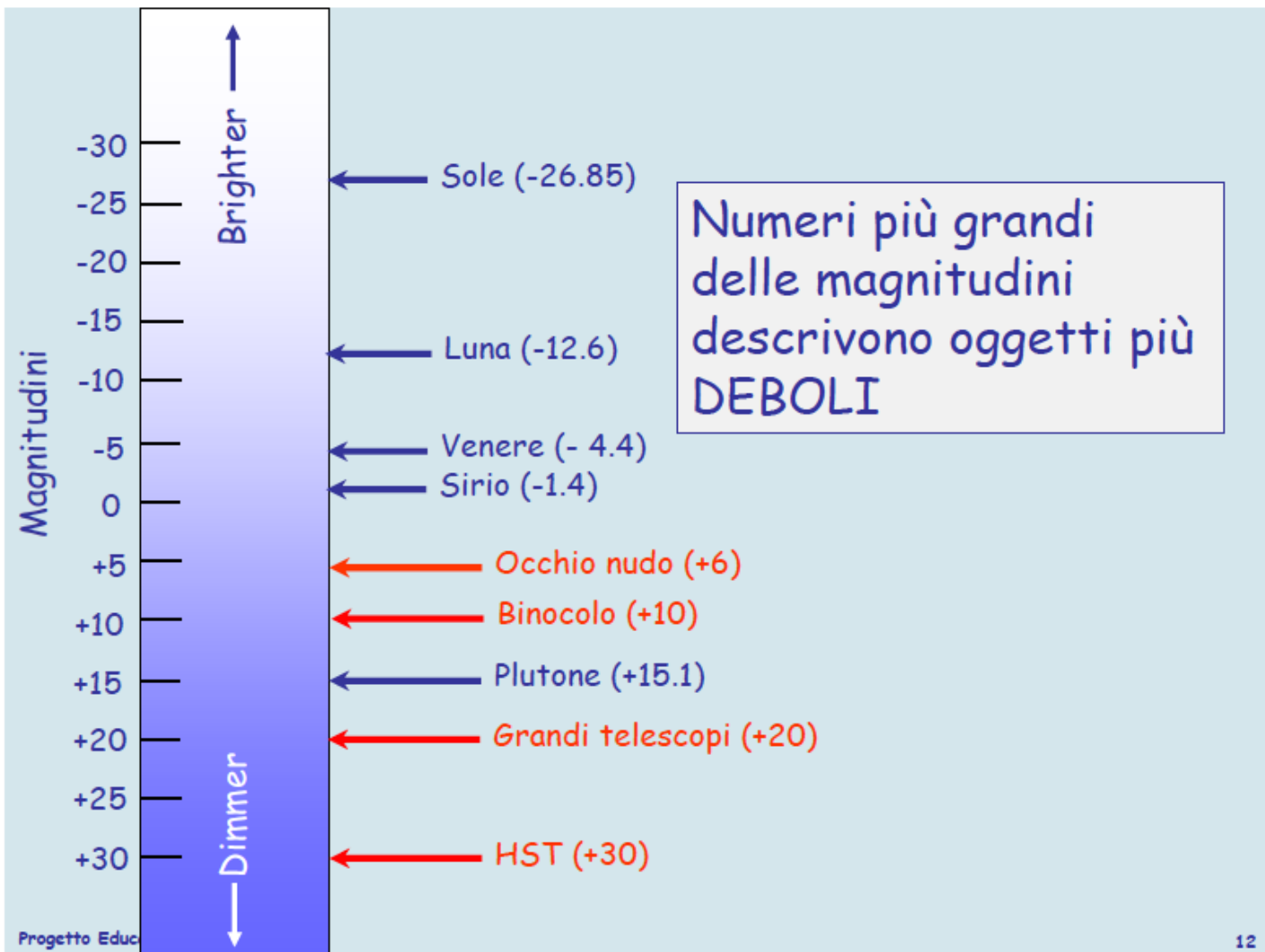
$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{F_1}{F_2} = -2.5 \log \frac{L_1 d_2^2}{L_2 d_1^2} = -2.5 \log \left( \frac{R_1^2 T_1^4}{d_1^2} \frac{d_2^2}{R_2^2 T_2^4} \right)$$

**Somma di magnitudini** - Date due stelle di magnitudine  $m_1$  e  $m_2$  la loro magnitudine totale vale:

$$m_{1+2} = m_2 - 2.5 \log (10^{0.4(m_2 - m_1)} + 1)$$

In generale dato un qualsiasi numero di stelle vale la relazione:

$$m_1 + m_2 + m_3 + \dots = -2.5 \log (10^{-0.4m_1} + 10^{-0.4m_2} + 10^{-0.4m_3} + \dots)$$



In figura si nota che a magnitudini più basse corrispondono gli oggetti più luminosi mentre a magnitudini più elevate corrispondono gli oggetti più deboli. Quindi abbiamo il Sole, la Luna, Venere, la stella Sirio e Plutone. Ad occhio nudo si riescono a vedere oggetti fino alla sesta magnetudine. Se prendiamo un binocolo e guardiamo il cielo ci rendiamo subito conto che siamo in grado di vedere un numero maggiore di oggetti ovvero siamo in grado di superare la soglia della sesta magnitudine, arriviamo fino a oggetti di decima magnitudine, ovvero vediamo un numero maggiore di oggetti deboli. E così via man mano che gli strumenti diventano sempre più “sensibili”. Quindi a numeri più grandi delle magnitudini corrispondono oggetti più DEBOLI.



# Magnitudine assoluta

La magnitudine assoluta  $M$  di una stella (in generale di un corpo celeste) è definita come la magnitudine apparente che avrebbe se si trovasse a una distanza di 10 pc. La magnitudine assoluta, a differenza della magnitudine apparente, è una misura della luminosità intrinseca di un oggetto; una stella più luminosa di un'altra avrà magnitudine assoluta numericamente più bassa.

Esiste una semplice relazione che lega magnitudine apparente  $m$  a quella assoluta  $M$  di una stella:

$$M = m + 5 - 5 \log d$$

dove  $d$  è la distanza della stella in pc; questa relazione è di estrema importanza per il calcolo delle distanze astronomiche.

E' facile ricavare che :

$$M_1 - M_2 = -2.5 \log \left( \frac{R_1^2 T_1^4}{R_2^2 T_2^4} \right)$$

Si definisce **indice di colore** di una stella la differenza tra le magnitudini della stella misurate in due diverse regioni (bande) dello spettro elettromagnetico. L'indice di colore più usato è il **B-V** del sistema fotometrico di Johnson, che indica la differenza di magnitudine di una stella misurata nelle bande B e V. L'indice **B-V** può essere usato per ottenere una buona stima della temperatura della fotosfera della stella.

# La Magnitudine Assoluta

Qual'è la Magnitudine assoluta del Sole?

$$m_{\odot} = -26.85$$

$$d_{\odot} = 1\text{AU} = 1.496 \times 10^{13}\text{cm} = 4.849 \times 10^{-6}\text{pc}$$

$$M_{\odot} = m_{\odot} + 5 - 5 \cdot \text{Log}(d_{\odot}) \Rightarrow M_{\odot} = 4.72$$

Vediamo altri esempi:

**Moon:**  $d_{\text{Moon}} = 2.57 \times 10^{-3}\text{ AU} = 1.25 \times 10^{-8}\text{ pc}$

$$m_{\text{Moon}} = -12.6$$

$$\Rightarrow M_{\text{Moon}} = +31.92$$

**Sirio ( $\alpha$  Canis Majoris):**  $d_{\text{Sirio}} = 2.64\text{pc}$   $\Rightarrow M_{\text{Sirio}} = +1.42$   
 $m_{\text{Sirio}} = -1.47$

Prendiamo ad esempio **Proxima Centauri ( $\alpha$  Cen)** e determiniamone la distanza:

$$m_{\alpha\text{Cen}} = 0.00$$

$$M_{\alpha\text{Cen}} = +4.4$$

$$\Rightarrow d_{\alpha\text{Cen}} = 1.3\text{pc}$$

In questa tabella trovate magnitudini apparenti e magnitudini assolute di diversi oggetti celesti.

STELLA	MAGNITUDINE APPARENTE	DISTANZA (PARSEC)	MAGNITUDINE ASSOLUTA
$\alpha$ Canis Majoris, Sirio	-1,5	2,67	+1,4
$\alpha$ Carinae, Canopo	-0,7	55,5	-4,4
$\alpha$ Centauri, Tollman, d	-0,3	1,31	+4,1
$\alpha$ Bootis, Arturo	-0,1	11,2	-0,3
$\alpha$ Lyrae, Vega	+0,0	8,13	+0,5
$\alpha$ Aurigae, Capella	+0,1	13,7	-0,6
$\beta$ Orionis, Rigel	+0,2	200	-6,4
$\alpha$ Canis Minoris, Proclone	+0,4	3,48	+2,7
$\alpha$ Eridani, Achernar	+0,5	43,5	-2,7
$\beta$ Centauri, Agena, d	+0,7	62,5	-3,3
$\alpha$ Orionis, Betelgeuse, v	+0,7	175	-5,5
$\alpha$ Aquilae, Altair	+0,8	5,10	+2,3
$\alpha$ Tauri, Aldebaran, v	+0,9	20,8	-0,7
$\alpha$ Crucis, Acrux, d	+0,9	66,7	-3,2
$\alpha$ Scorpii, Antares, v, d	+1,0	160	-5,0
$\alpha$ Virginis, Spica, d	+1,0	47,6	-2,4
$\alpha$ Piscis Austrinis, Fomalhaut	+1,2	6,94	+2,0
$\beta$ Geminorum, Polluce	+1,2	10,7	+1,0
$\alpha$ Cygni, Deneb	+1,3	460	-7,0
$\beta$ Crucis	+1,3	90,9	-3,5
$\alpha$ Leonis, Regolo	+1,4	25,6	-0,7
$\epsilon$ Canis Majoris, Adhara	+1,5	83,3	-3,1
$\alpha$ Geminorum, Castore, d	+1,6	13,9	+1,0
$\lambda$ Scorpii, Shaula	+1,6	38,5	-1,3
$\gamma$ Orionis, Bellatrix	+1,6	140	-4,1

Nella tabella, la lettera *d* indica una stella doppia con una differenza tra le componenti inferiore a 5 magnitudini. Il valore riportato è quello derivante dalla somma di entrambe le stelle. La lettera *v* indica una stella variabile.

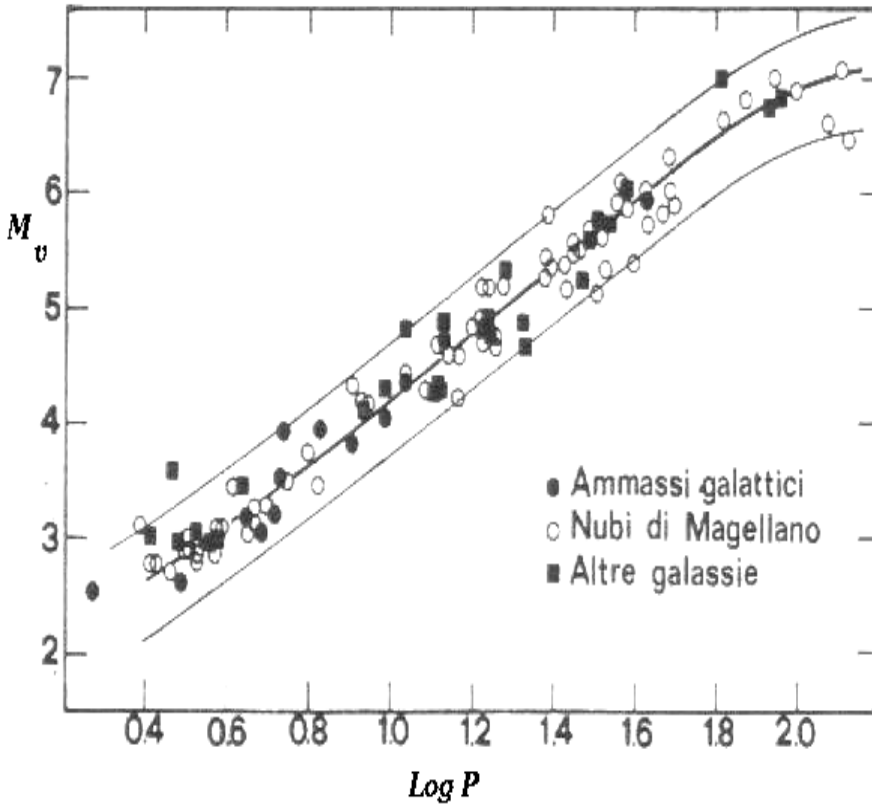
Stella	Magnitudine Apparente	Magnitudine Assoluta	Luminosità [erg/sec]	Luminosità $L/L_{\odot}$	Distanza [pc]	Distanza $d/d_{\odot}$
Sirio	-1.47	1.42	$8.00 \times 10^{34}$	20.89	2.64	$5.4 \times 10^5$
$\alpha$ Centauri	0.00	4.40	$5.14 \times 10^{33}$	1.34	1.3	$2.7 \times 10^5$
Sole	-26.85	4.72	$3.83 \times 10^{33}$	1	$4.85 \times 10^{-6}$	1
Luna	-12.6	31.92	$5.05 \times 10^{22}$	$1.3 \times 10^{-11}$	$1.25 \times 10^{-8}$	$2.6 \times 10^{-3}$

In questa tabella vengono confrontati, per gli oggetti analizzati, i valori delle magnitudini apparenti ed assolute, della luminosità e della distanza anche rispetto al Sole. Quello che appare evidente è che nonostante il Sole sia l'oggetto apparentemente più brillante nel cielo in realtà è meno luminoso sia di Sirio che di  $\alpha$ Cen.

# Relazione Periodo-Luminosità

*Relazione periodo-luminosità assoluta delle variabili cefeidi*

$$M_v = -2.85 \log P - 1.37$$



Le “Cefeidi” sono una particolare categoria di stelle pulsanti la cui magnitudine assoluta media è legata al periodo di variabilità

Sono state di enorme importanza nella storia dell’Astronomia per aver permesso il calcolo delle distanze extragalattiche

Per una cefeide di periodo  $P$  vale la relazione:

$$M_v = -2.85 \log P - 1.37 \quad (\text{dove il periodo è espresso in giorni})$$

Noto il periodo dalla magnitudine apparente media ( $m_v$ ) possiamo quindi ricavare la distanza della cefeide:  $d = 10^{(m_v - M_v + 5)/5}$

# Magnitudine di sorgenti estese

Le relazioni sin qui fornite si riferiscono a oggetti puntiformi, come, data la loro grande distanza, possono essere considerate tutte le stelle.

La luminosità totale di una sorgente estesa, come per esempio un pianeta, una galassia, un ammasso stellare o una cometa, sono espresse dalla loro **magnitudine integrata**, che si ricava a partire dalla magnitudine superficiale ( $m_{\text{sup}}$ ), una grandezza che indica la magnitudine di una porzione standard (tipicamente  $1 \text{ arcsec}^2$ ) della sorgente estesa.

Se un oggetto esteso ha  $m_{\text{sup}}$  uniforme, detta  $A$  la sua area (espressa nelle medesime unità dell'area a cui si riferisce la  $m_{\text{sup}}$ ) avremo:

$$m_{\text{integrata}} = m_{\text{sup}} - 2.5 \log A$$

Se un oggetto esteso e uno puntiforme hanno la stessa magnitudine apparente vuol dire che riceviamo da essi la stessa quantità totale di luce; tuttavia l'oggetto esteso sarà molto più difficile da osservare di quello puntiforme, poiché la sua luce è dispersa su un'area. La magnitudine superficiale ci fornisce quindi un'indicazione di quanto la sorgente estesa è facilmente osservabile in contrasto con la luminosità intrinseca del cielo

La luminosità del cielo allo Zenith nella banda V vale  $\sim 21.9 \text{ mag/arcsec}^2$ .