

Olimpiadi Italiane di Astronomia 2019



OTTICA & TELESCOPI

Junior2 & Senior

Olimpiadi di Astronomia 2019
Selezione Interregionale Lazio
astrolimpiadi.lazio@iaps.inaf.it

*Valeria Mangano
INAF-IAPS Roma*

Programma Olimpiadi 2019

(Junior 1, Junior 2 & Senior)

- La luce, la velocità della luce, le sorgenti e la natura della luce. La riflessione e la rifrazione.
- Equazione della lente sottile. Caso dell'oggetto posto a distanza infinita (relazione tra dimensioni angolari dell'oggetto e dimensioni lineari dell'immagine). Distanza focale di una lente e di uno specchio.
- Telescopi. Capacità di raccolta luce (sensibilità). Ingrandimento. Risoluzione angolare. Risoluzione spettrale.



Telescopi

amatoriali...



o professionali (nello spazio)



Il **telescopio** è uno strumento che utilizza lenti e/o specchi per raccogliere la **luce** di oggetti molto distanti e darne un'immagine ingrandita.

Alla base del suo funzionamento sta la cosiddetta:
ottica geometrica.



Telescopio

In zone della Terra con cielo limpido (isole vulcaniche, deserti...)



Il **telescopio** è uno strumento che utilizza **lenti** e/o **specchi** per raccogliere la **luce** di oggetti molto distanti e darne **un'immagine ingrandita**.

Alla base del suo funzionamento sta la cosiddetta:

ottica geometrica.



La luce: cos'è

Con la parola '**luce**' si intende quella porzione dello **spettro elettromagnetico** che è **visibile** all'occhio umano, ed è quindi compresa circa tra 400 e 700 nm (nanometri) di lunghezza d'onda.

Ma allora cos'è uno **spettro (o radiazione) elettromagnetico/a**?

La radiazione elettromagnetica è una **forma di trasmissione di energia** attraverso lo spazio vuoto (oppure attraverso un mezzo) in cui i campi elettrici e magnetici si propagano sotto forma di **onde**.

E che cos'è allora un'**onda**?

Un'**onda** è una perturbazione (che trasmette energia attraverso un mezzo).

Come si descrive un'**onda**?

- Ampiezza
- **Lunghezza d'onda** (o frequenza = $1/\text{lungh. d'onda}$)
- Velocità



La luce: cos'è

Con la parola 'luce' si intende quella porzione dello **spettro elettromagnetico** che è **visibile** all'occhio umano, ed è quindi compresa circa tra 400 e 700 nm (nanometri) di lunghezza d'onda.

Ma allora cos'è uno **spettro (o radiazio**

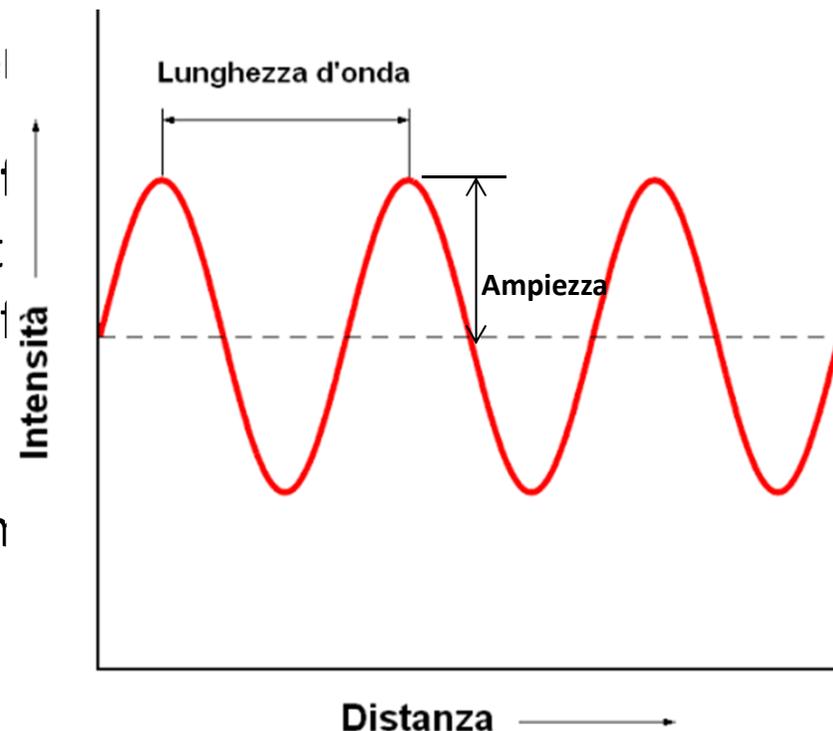
La radiazione elettromagnetica è una **t** attraverso lo spazio vuoto (oppure att elettrici e magnetici si propagano sotto **t**

E che cos'è allora un'onda?

Un'onda è una perturbazione (che trasn

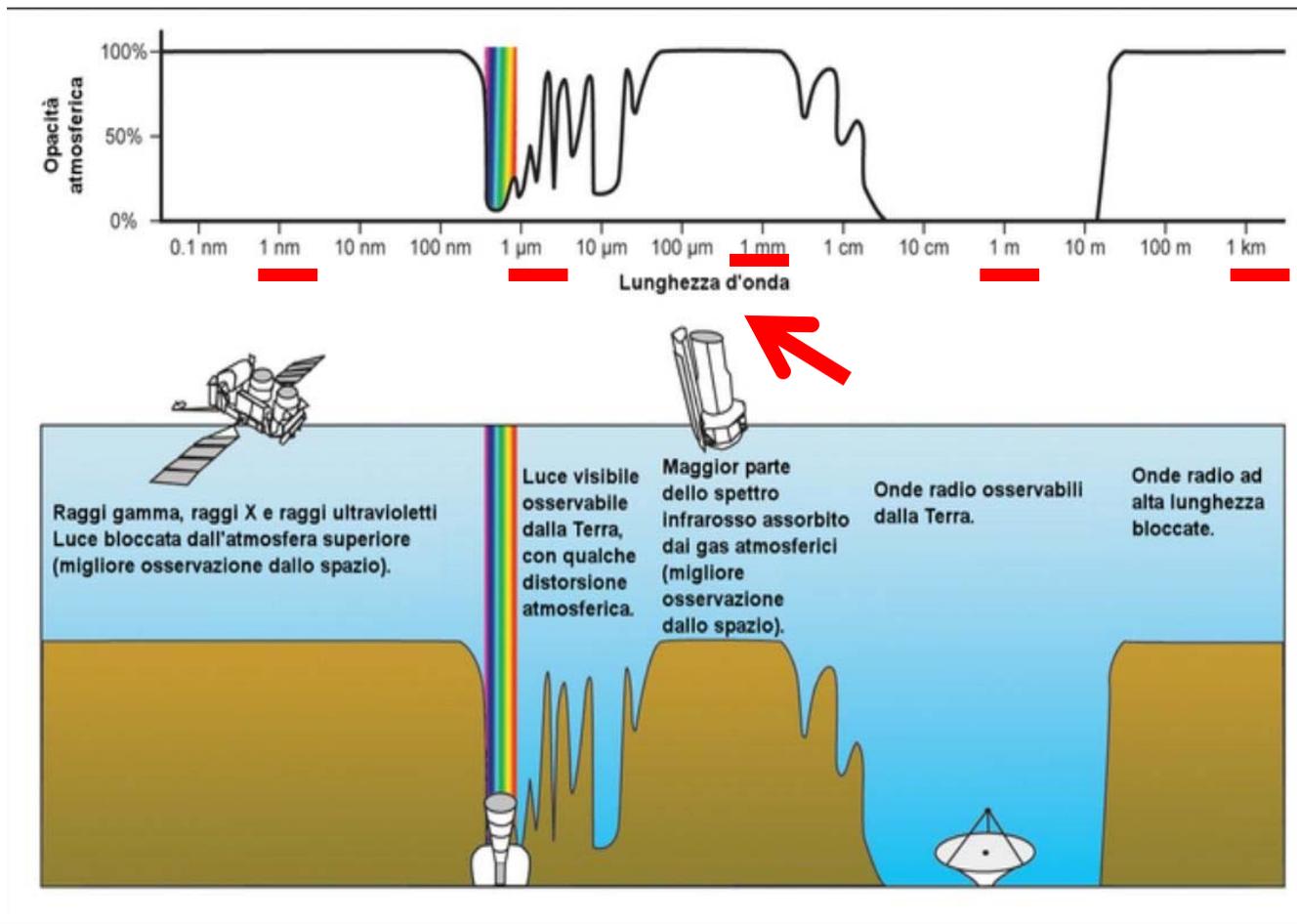
Come si descrive un'onda?

- Ampiezza
- **Lunghezza d'onda** (o frequenza = $1/\text{lungh. d'onda}$)
- Velocità



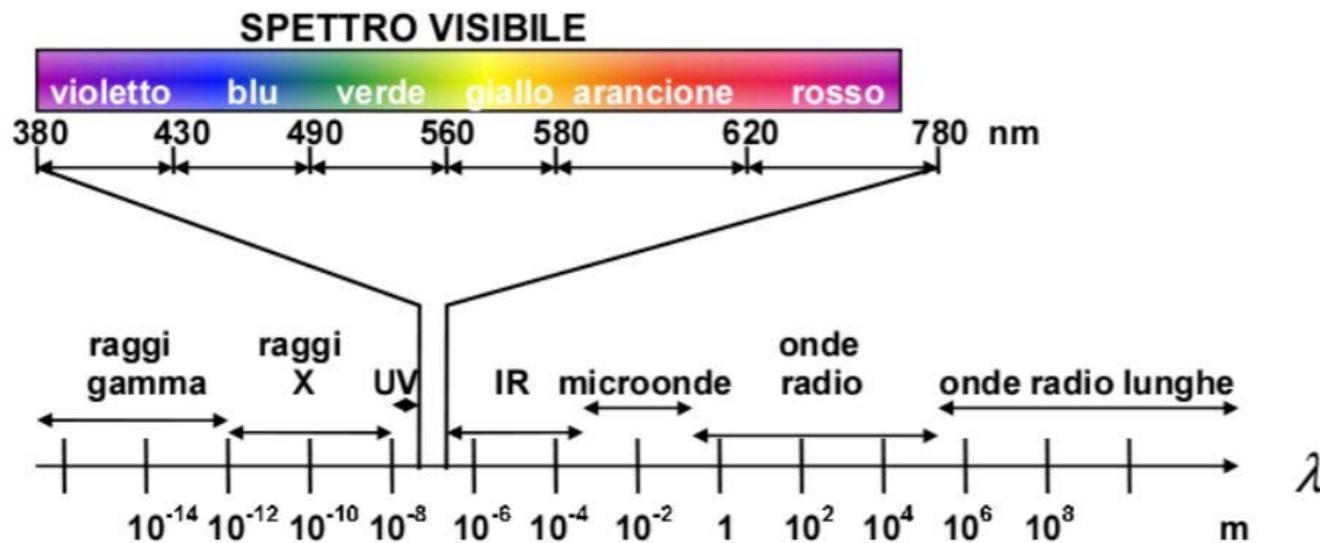
La luce: cos'è

Con la parola 'luce' si intende quella porzione dello **spettro elettromagnetico** che è **visibile** all'occhio umano, ed è quindi compresa circa tra 400 e 700 nm (nanometri) di lunghezza d'onda. → $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$



La luce: cos'è

Con la parola 'luce' si intende quella porzione dello **spettro elettromagnetico** che è **visibile** all'occhio umano, ed è quindi compresa circa tra 400 e 700 nm (nanometri) di lunghezza d'onda. → $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$



La sua **velocità (nel vuoto)** è una costante universale:

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

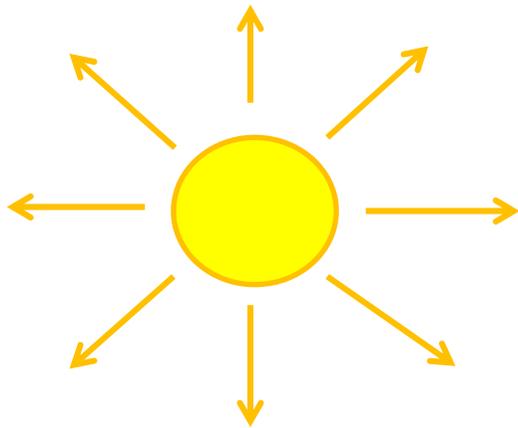
$$\rightarrow 300\,000\,000 \text{ m/s}$$

La **velocità** (nell'aria, nel vetro o in altri mezzi) è variabile, ma sempre inferiore a c

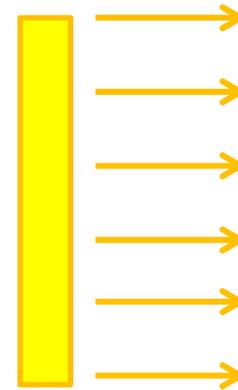


La luce: come si propaga

La **propagazione della luce** attraverso le onde (elettromagnetiche), ed avviene lungo linee rette (per questo si parla di '**raggi**' di luce)

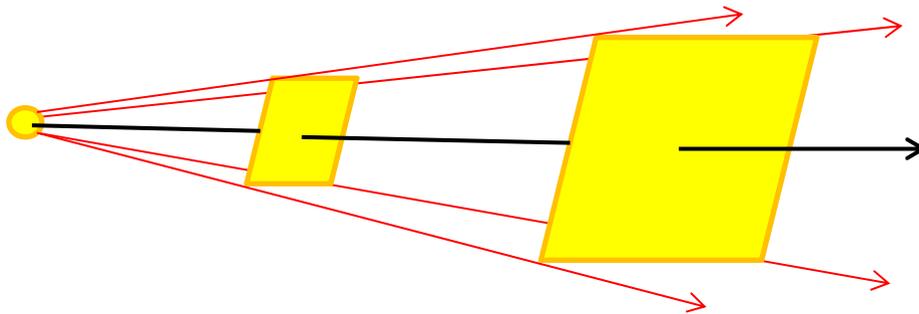


SORGENTE 'PUNTIFORME'



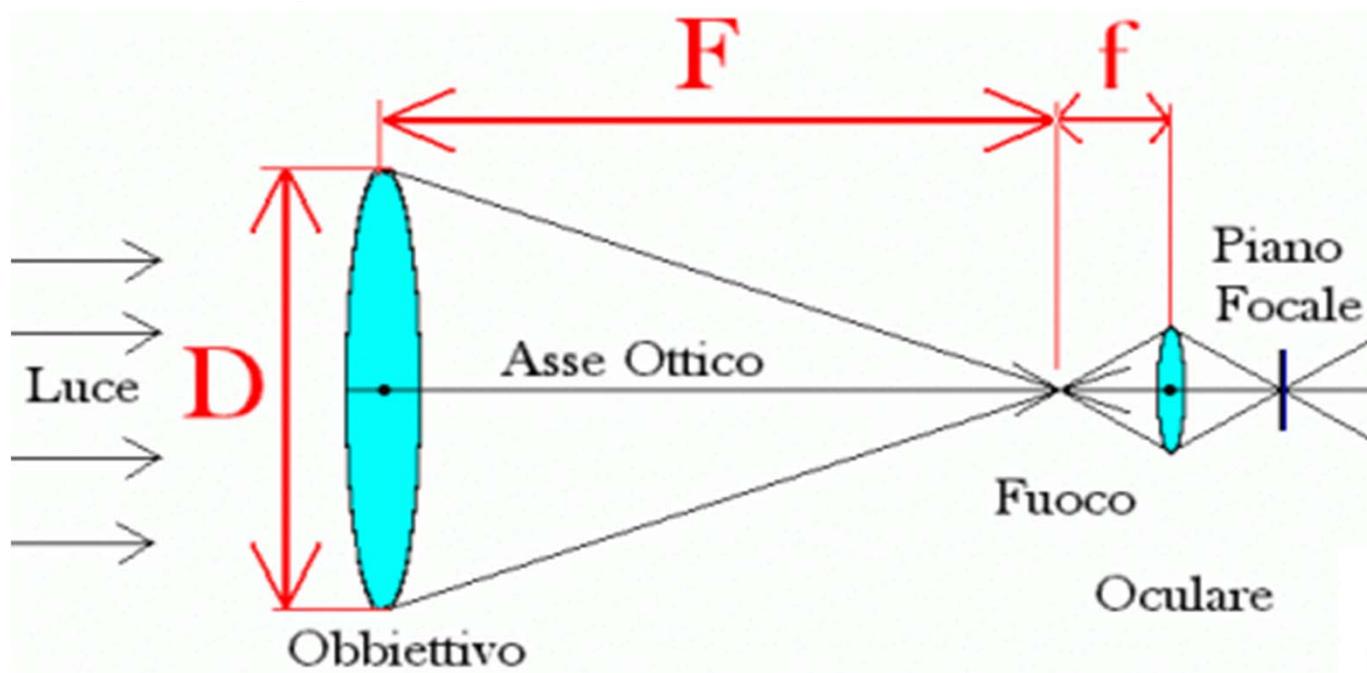
SORGENTE ESTESA (o molto distante)

Per oggetti molto distanti: i raggi di luce ci giungono (quasi) paralleli



Telescopi: principio di funzionamento

La **luce** di un oggetto lontano arriva sull'**obbiettivo**, viene focalizzata lungo l'**asse ottico** in un punto chiamato **fuoco F**, per poi ri-allargarsi e, passando attraverso una seconda lente (**oculare**), e ri-focalizzarsi infine su un piano parallelo alle due lenti chiamato **piano focale**.



Telescopi : tipi principali

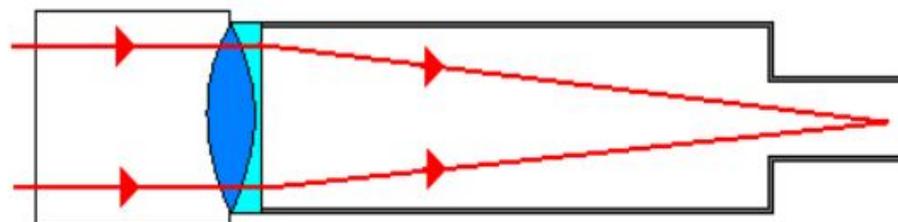
Un telescopio può essere costruito in molti modi diversi:

- con **lenti** («rifrattore»),
- con **specchi** («riflettore»)
- con una combinazione di **lenti e specchi** (catadiottrico).

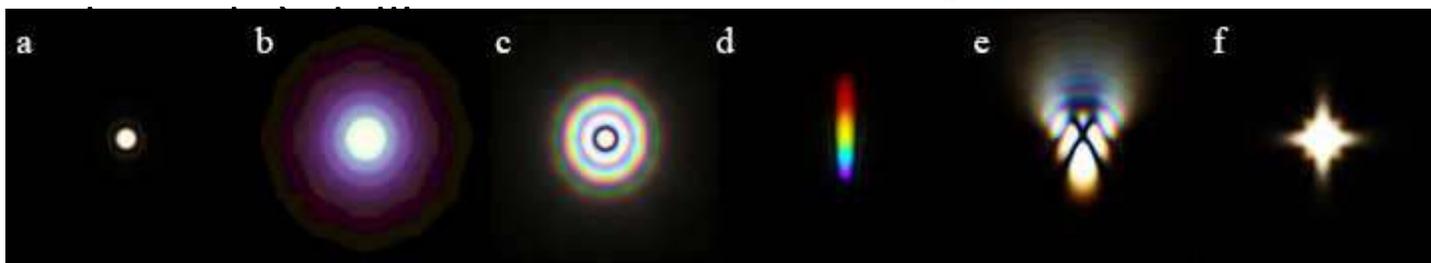
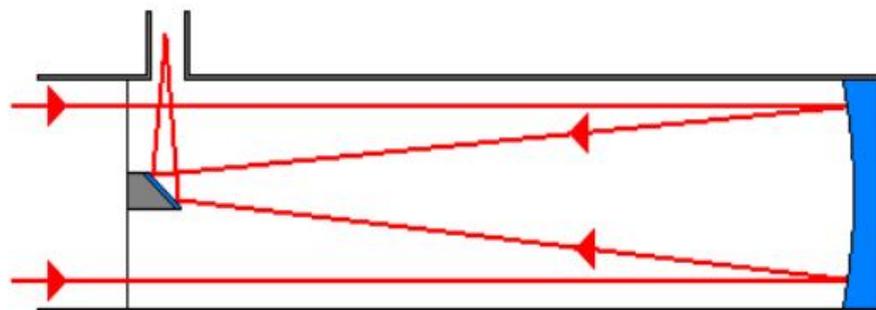
Le caratteristiche più importanti di un telescopio sono:

- il **diametro**, e quindi la risoluzione;
- la **focale**;

Telescopio rifrattore



Telescopio riflettore newtoniano

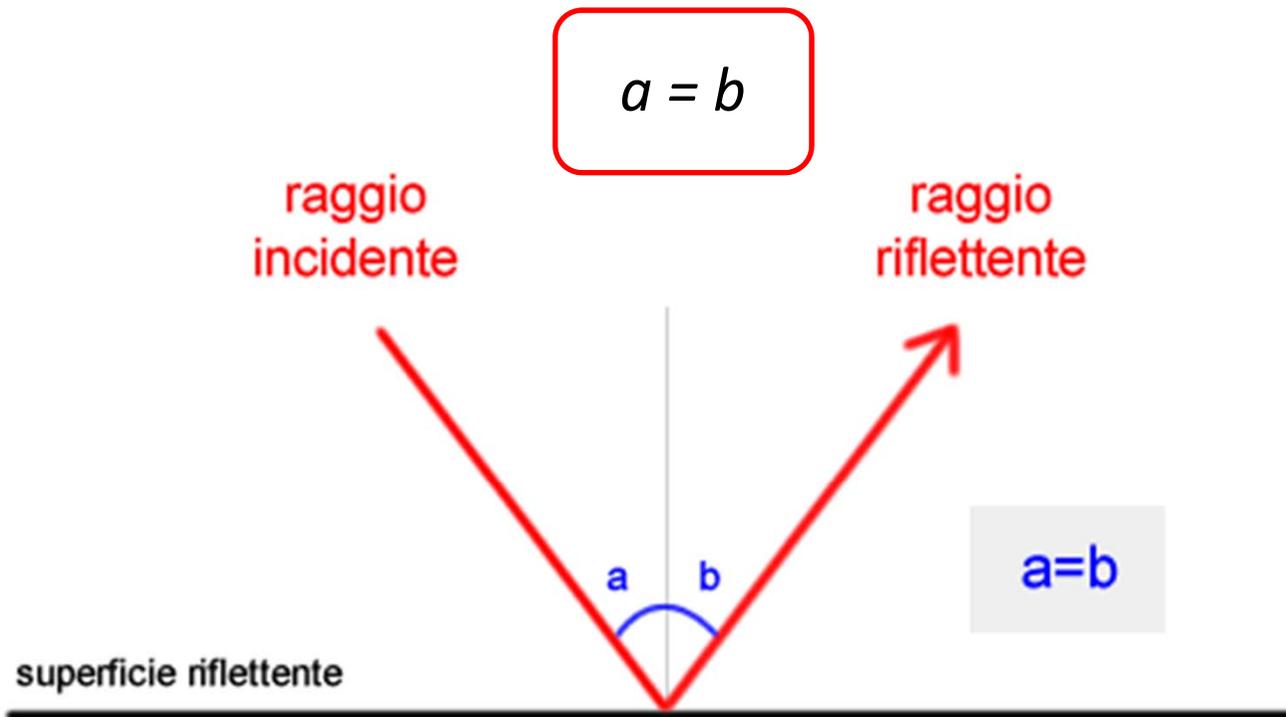


Tipi di aberrazioni: a) nessuna aberrazione; b) aberrazione cromatica assiale; c) aberrazione sferica; d) aberrazione cromatica laterale; e) coma; f) astigmatismo



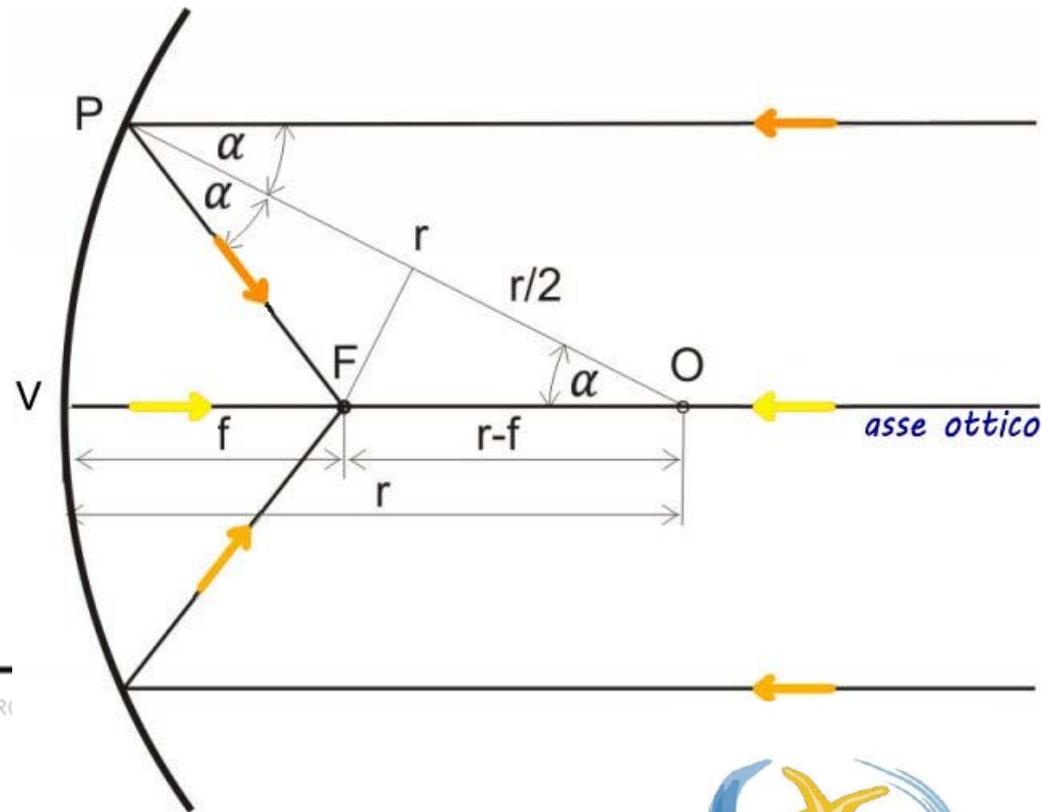
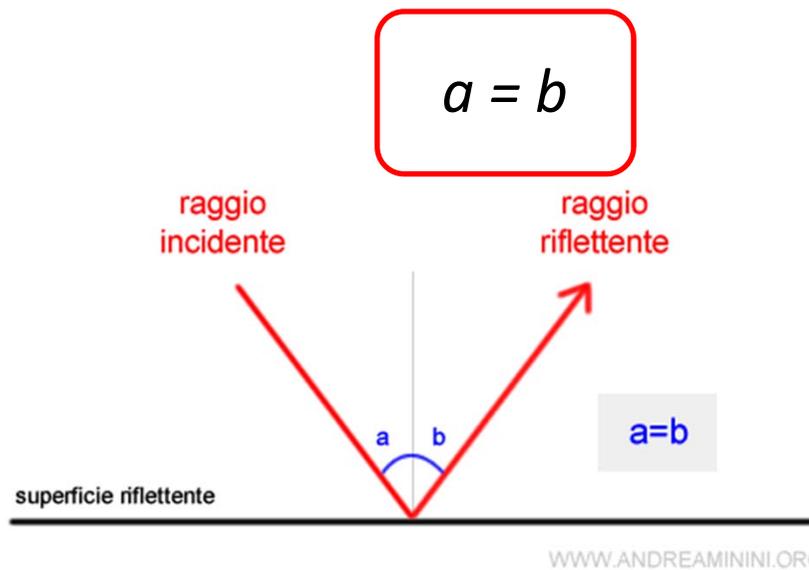
OTTICA -Principi base: riflessione

Per gli specchi: quando un raggio di luce incide su una superficie riflettente viene rimandato indietro secondo la **legge della riflessione:** l'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione misurato rispetto la normale alla superficie.



OTTICA -Principi base: riflessione

Per gli specchi: quando un raggio di luce incide su una superficie riflettente viene rimandato indietro secondo la **legge della riflessione:** l'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione misurato rispetto la normale alla superficie.



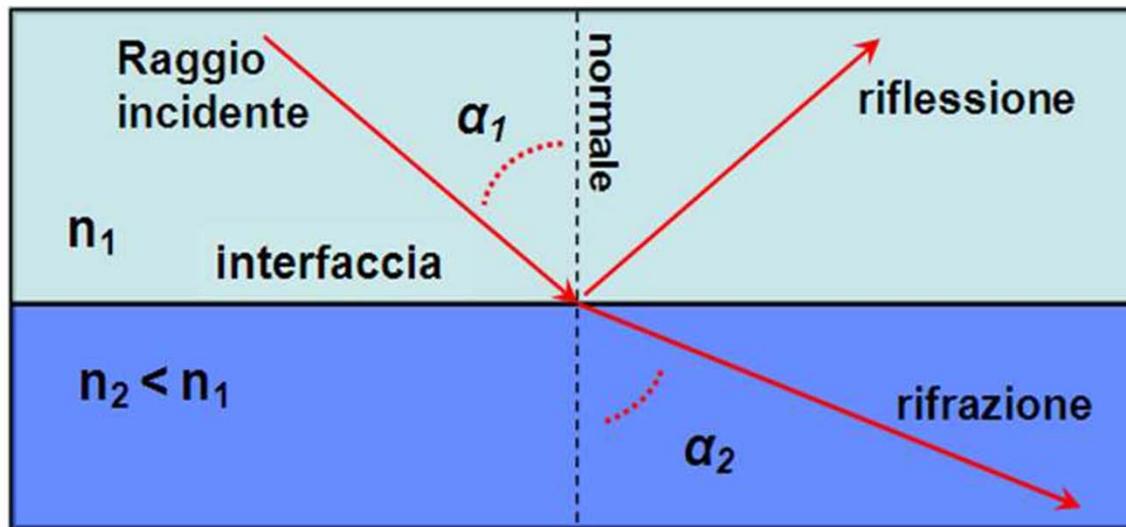
OTTICA -Principi base: rifrazione

Per le lenti: La rifrazione è governata dalla legge di Snell-Descartes:

Dato un raggio nel mezzo 1, inclinato di un angolo α_1 rispetto alla normale con l'interfaccia col mezzo 2, esso sarà rifratto di un angolo α_2 tale da soddisfare la relazione:

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n = \frac{c}{v}$$



n_1 = indice di rifrazione del mezzo 1;
 n_2 = indice di rifrazione del mezzo 2.

$n(\text{vuoto}) = 1 !!$

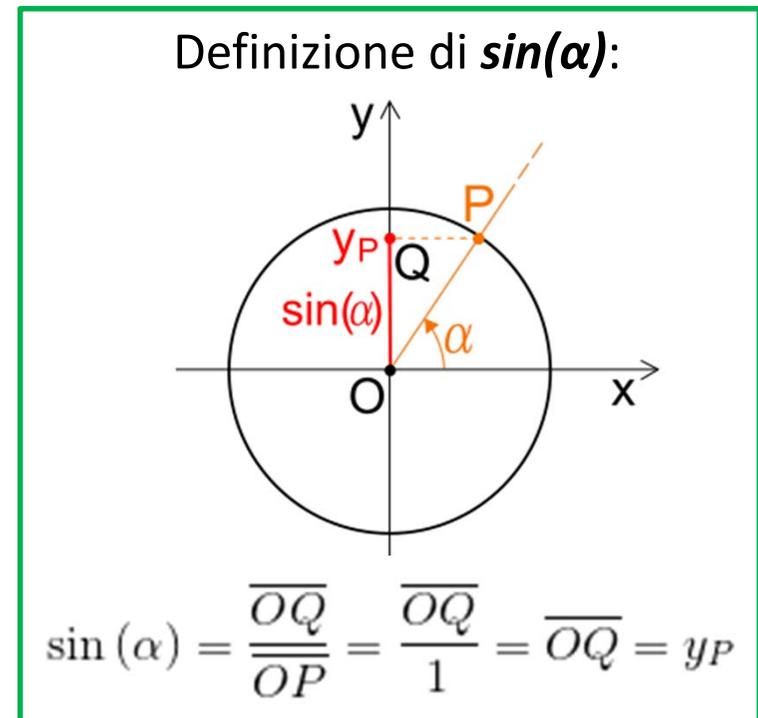
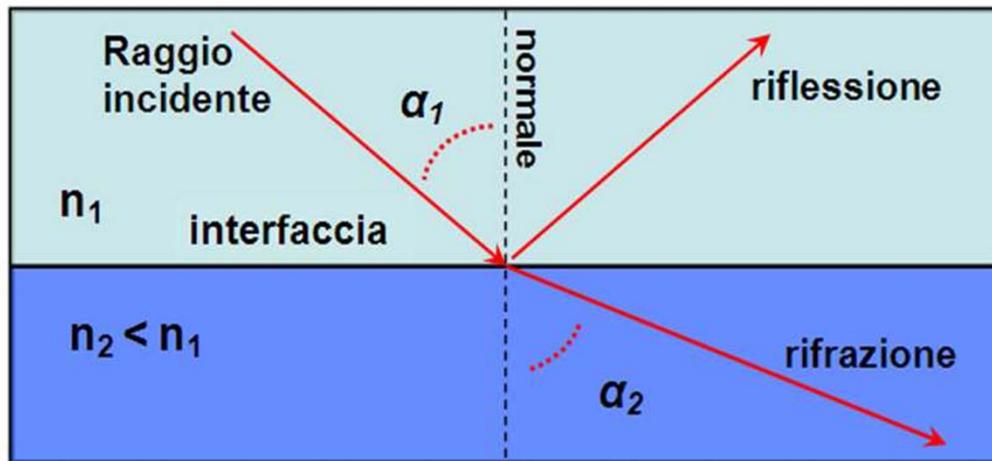


OTTICA -Principi base: rifrazione

Per le lenti: La rifrazione è governata dalla legge di Snell-Descartes:

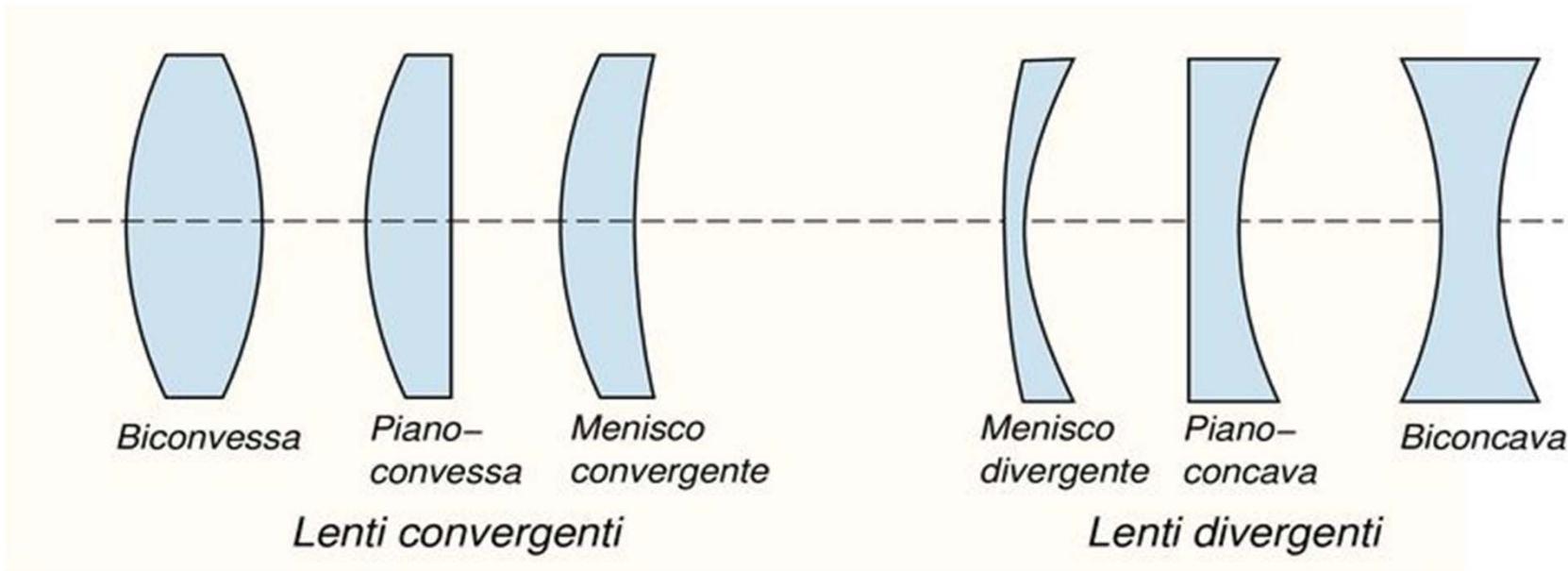
Dato un raggio nel mezzo 1, inclinato di un angolo α_1 rispetto alla normale con l'interfaccia col mezzo 2, esso sarà rifratto di un angolo α_2 tale da soddisfare la relazione:

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{n_2}{n_1}$$



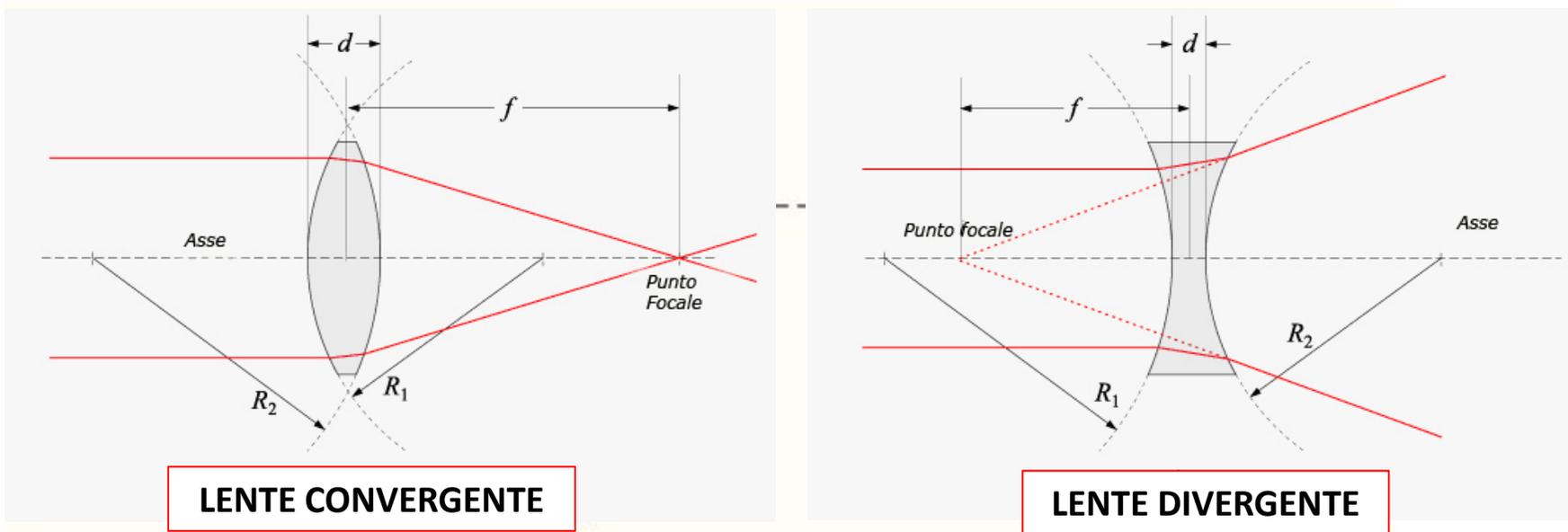
Lenti convergenti e divergenti

Una **lente** è un sistema ottico costituito da materiale trasparente omogeneo (vetro, quarzo, policarbonato...) e limitato da due superfici non piane (ad es. sferiche, paraboliche...).



Lenti convergenti e divergenti

Una **lente** è un sistema ottico costituito da materiale trasparente omogeneo (vetro, quarzo, policarbonato...) e limitato da due superfici non piane (ad es. sferiche, paraboliche...).



- R_1, R_2 = raggi di curvatura delle 2 superfici
- d = spessore della lente

Se d è piccolo rispetto a R_1 e R_2 , si ha una **lente sottile**



Lente sottile (solo Senior)

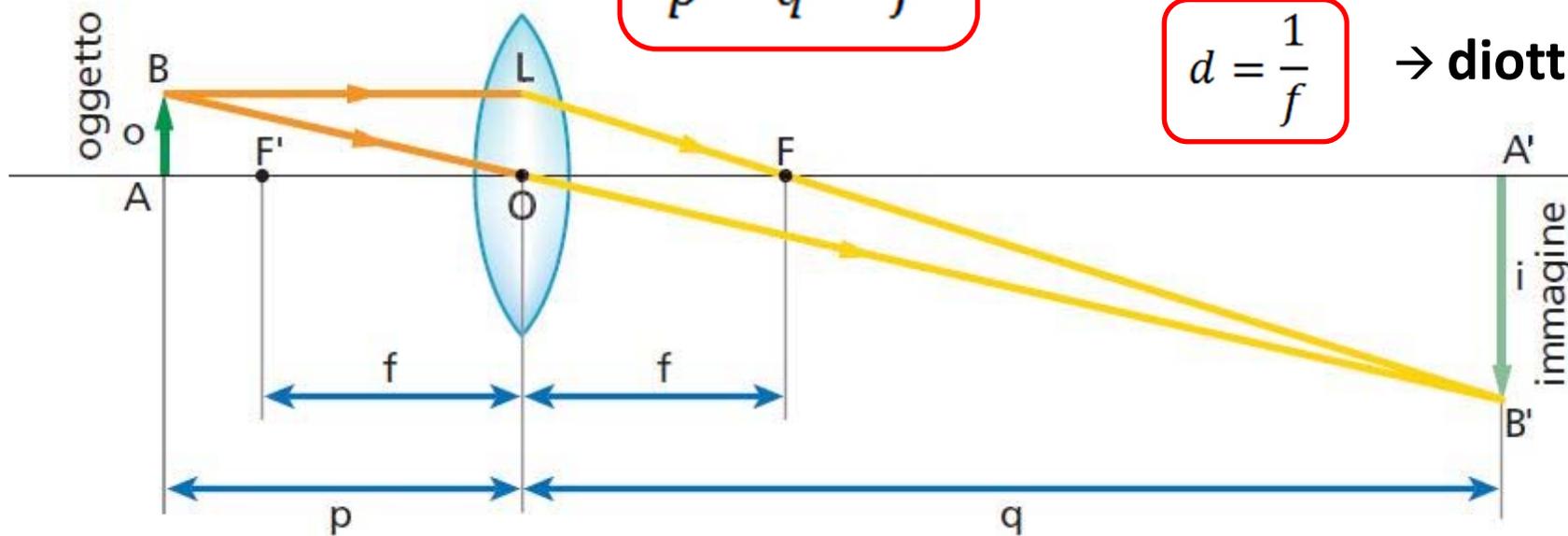
Per una **lente sottile (convergente o divergente) simmetrica** vale la seguente formula:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

p = distanza oggetto-lente;
 q = distanza lente-immagine;
 f = distanza focale della lente (simmetrica)

$$d = \frac{1}{f}$$

→ **diottria**

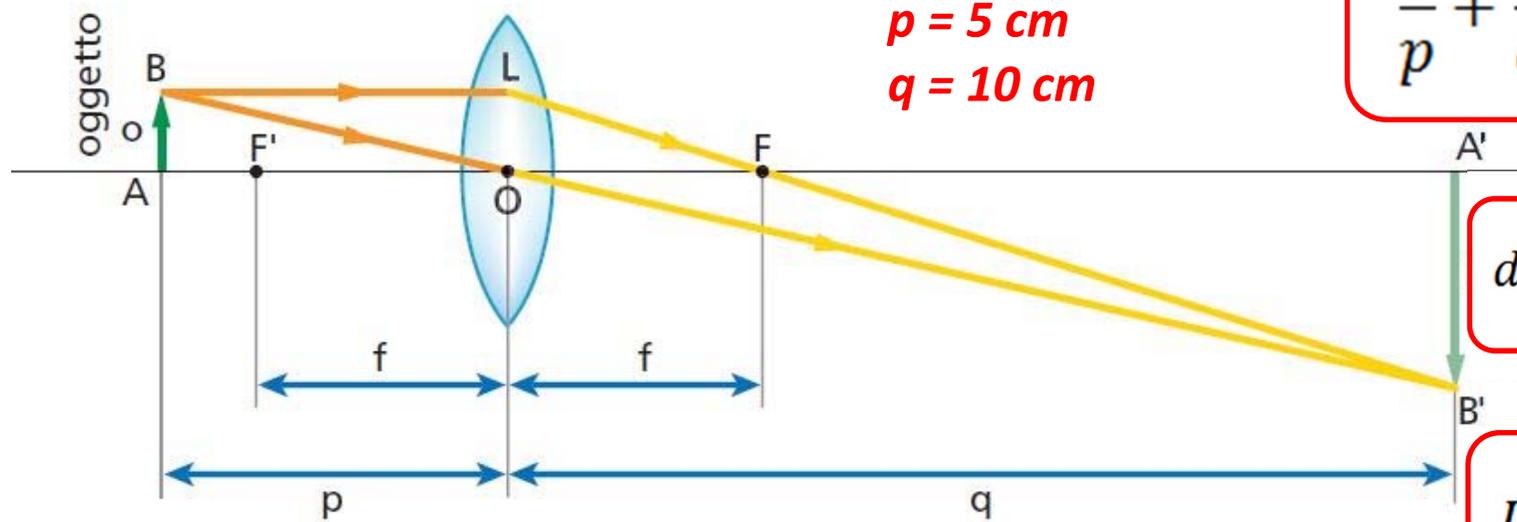


Si definisce **Ingrandimento di una lente** il rapporto:

$$I = \frac{q}{p}$$



Lente sottile: per capire



$$p = 5 \text{ cm}$$
$$q = 10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$d = \frac{1}{f}$$

$$I = \frac{q}{p}$$

- Quando l'oggetto è a una distanza di 5 cm dalla lente l'immagine si forma a 10 cm da essa: quante **diottrie** ha la lente? $\rightarrow 1/5 + 1/10 = 1/f = d = 3/10 = 0.3$
- E quanto vale la **focale**? $\rightarrow f = 10/3 = 3.333\dots$
- E l'**ingrandimento**? $\rightarrow I = 10/5 = 2$

NB: attenzione alle unità di misura!



Esercizio:

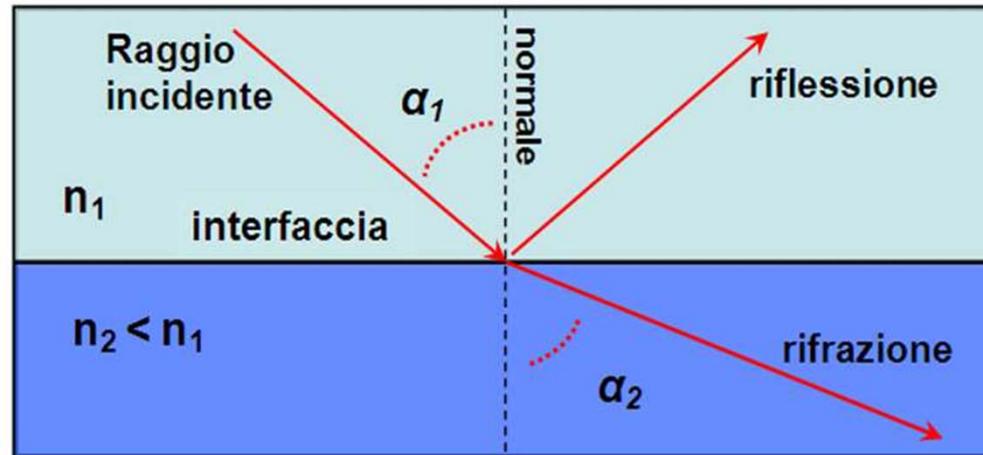
Due raggi di luce entrano nell'acqua ($n_{\text{acqua}} = 1.33$) e nel vetro ($n_{\text{vetro}} = 1.50$) con un angolo di incidenza di 60° rispetto alla normale.

1. Quale dei due raggi proseguirà con un angolo più vicino alla normale dell'interfaccia?
2. Quale dei due raggi sarà meno deviato dalla sua direzione originale?

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{n_2}{n_1}$$

1 → vuoto

2 → acqua o vetro



Risoluzione:

Il raggio luminoso si trova inizialmente nel vuoto quindi $n_1 = 1$; ed $\alpha_1 = 60^\circ$

Se $n_2 = 1.33$ (acqua):

$$\sin \alpha_2 = (1.0/n_2 * \sin(\alpha_1))$$

$$\rightarrow \alpha_2 = \arcsin(1.0/n_2 * \sin(\alpha_1)) = \arcsin(1.0/1.33 * \sin(60^\circ)) = 40.6^\circ$$

Analogamente, se $n_2 = 1.50$ (vetro):

$$\alpha_2 = \arcsin(1.0/n_2 * \sin(\alpha_1)) = \arcsin(1.0/1.5 * \sin(60^\circ)) = 35.3^\circ$$

Risposte:

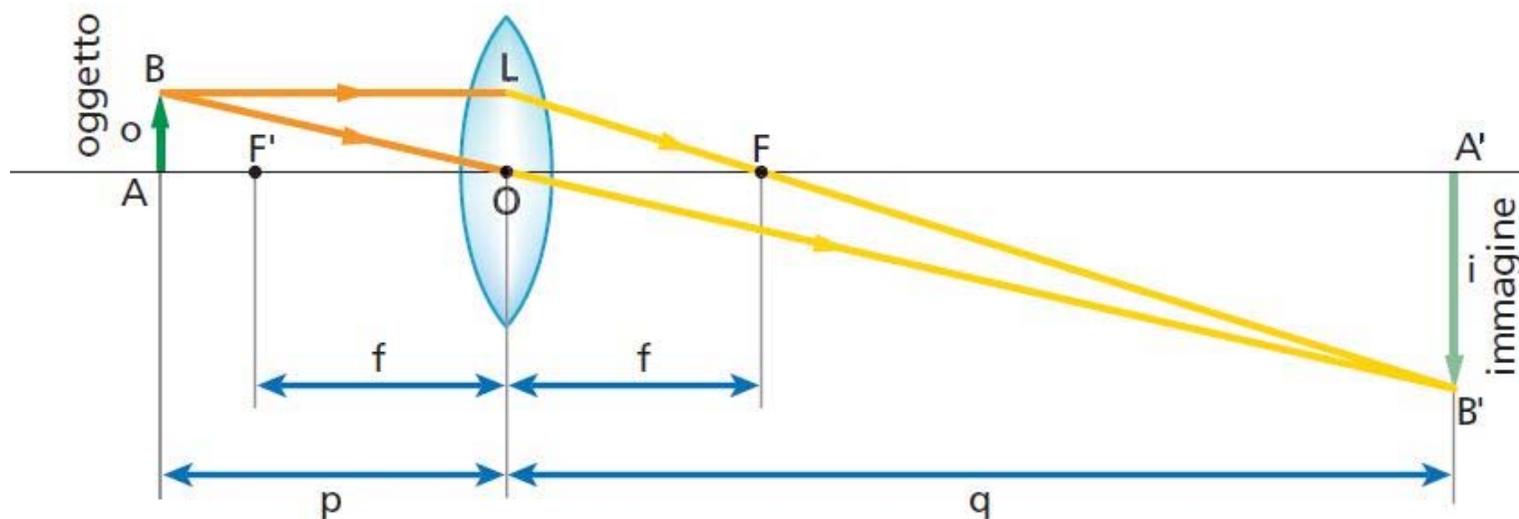
1. Il raggio che entra nel vetro.

2. Il raggio con α_2 più vicino a 60° cioè il raggio che entra nell'acqua.



Fate attenzione a: !!!!!

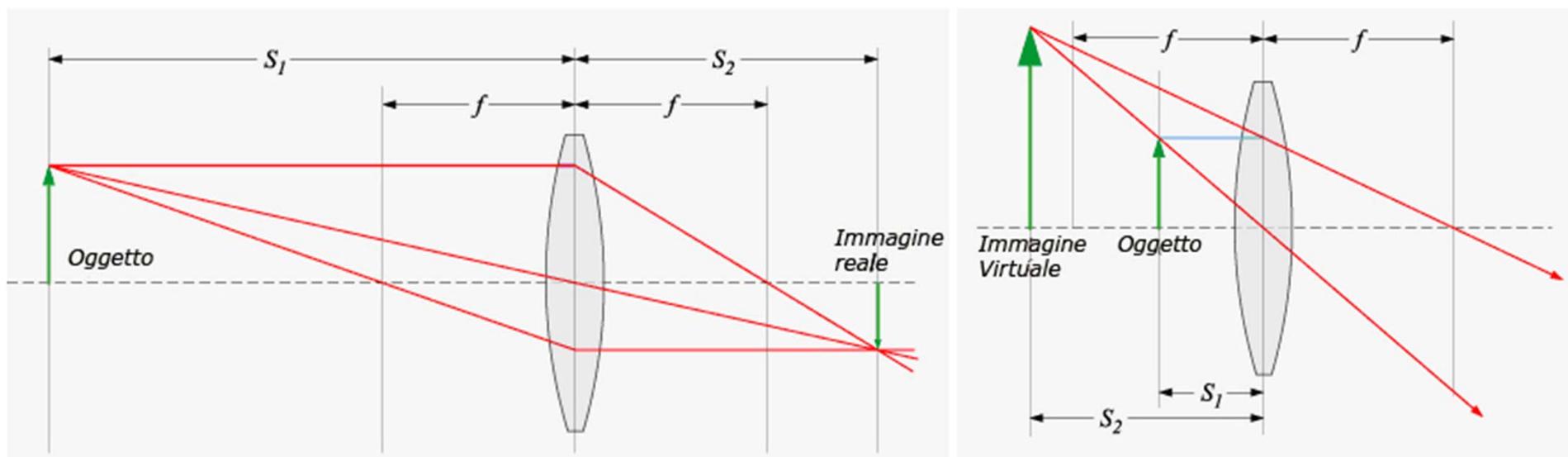
- **Reversibilità dei raggi:** se si invertono oggetto e immagine, la luce si propaga lungo gli stessi raggi di prima, ma nella direzione opposta



- **Convenzione sui segni:** valori positivi a sinistra della lente, negativi a destra

Fate attenzione a: !!!!!

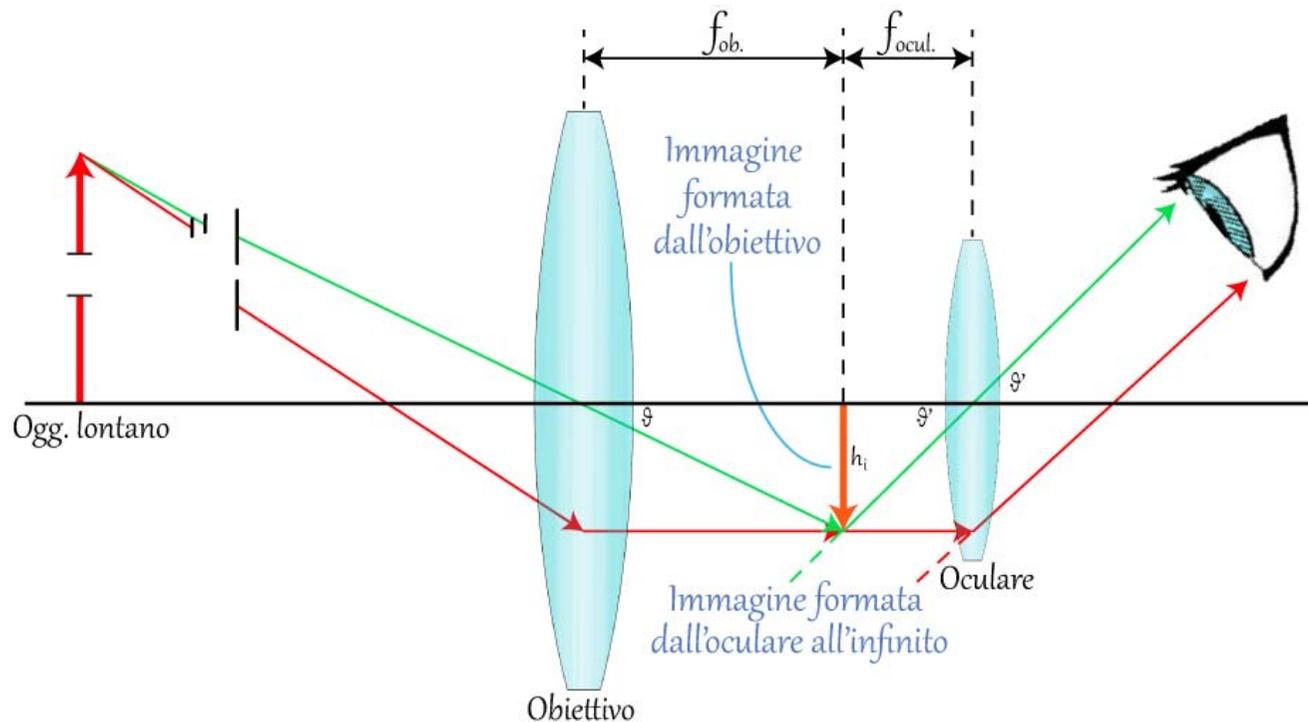
- **Immagine reale e virtuale:** l'immagine è reale se i raggi si incontrano fisicamente nei suoi punti, virtuale se per essa passano i prolungamenti dei raggi, ma non i raggi stessi



- **Unità di misura:** usare sempre le stesse unità di misura (per d , p , q , f)! (a rigore, tutto in metri)

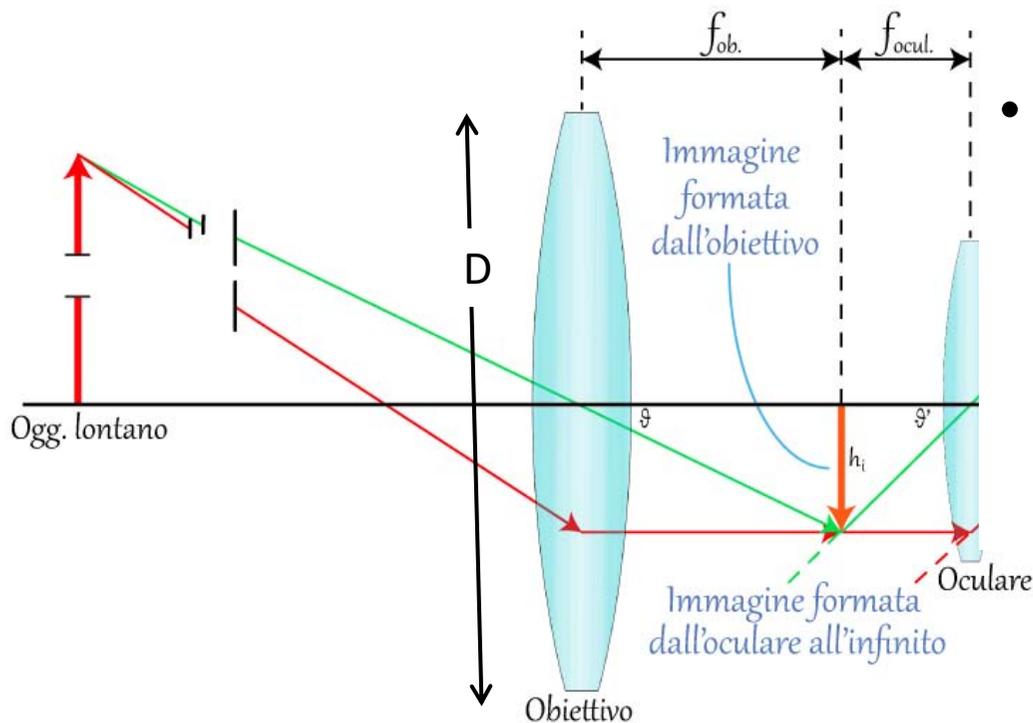
Telescopi: obiettivo ed oculare

L'**obiettivo** è l'elemento fondamentale che caratterizza l'intero sistema ottico di un telescopio, e lavora assieme all'**oculare** che ingrandisce l'immagine reale prodotta nel piano focale



Telescopi: obiettivo

- **Diametro/apertura D**: indica la capacità di raccolta della luce del telescopio (detta 'sensibilità') che è proporzionale a D^2 :



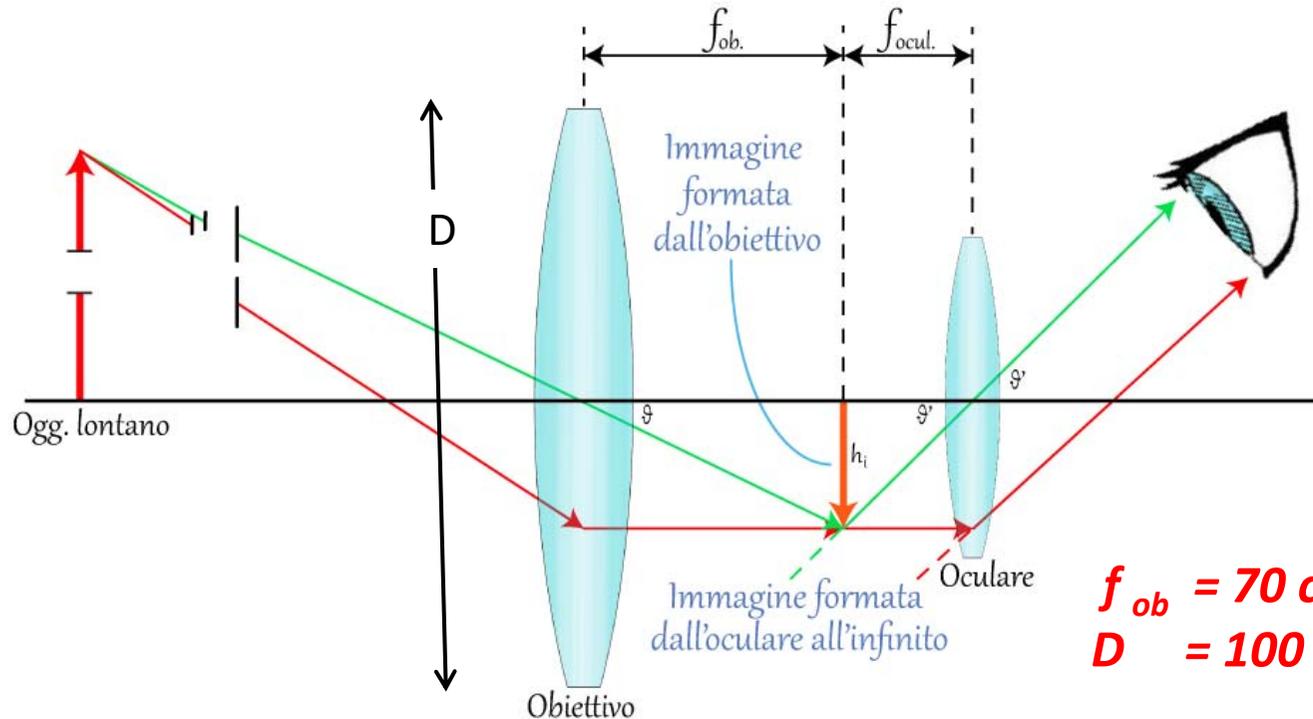
$$Q \sim D^2$$

- **Rapporto focale RF**: (anche detto 'luminosità') è il rapporto tra la lunghezza focale e il diametro dell'obiettivo

$$RF = \frac{f_{ob}}{D}$$



Telescopi: obiettivo – per capire



$$Q \sim D^2$$

$$RF = \frac{f_{ob}}{D}$$

$$f_{ob} = 70 \text{ cm}$$

$$D = 100 \text{ mm} = 10 \text{ cm}$$

- Se un telescopio ha un'apertura di 100 mm, e una (lunghezza) focale di 70 cm, qual è la sua **sensibilità**?

$$\rightarrow Q = (100)^2 = 10^4 \text{ mm}^2$$

- E il suo **rapporto focale**?

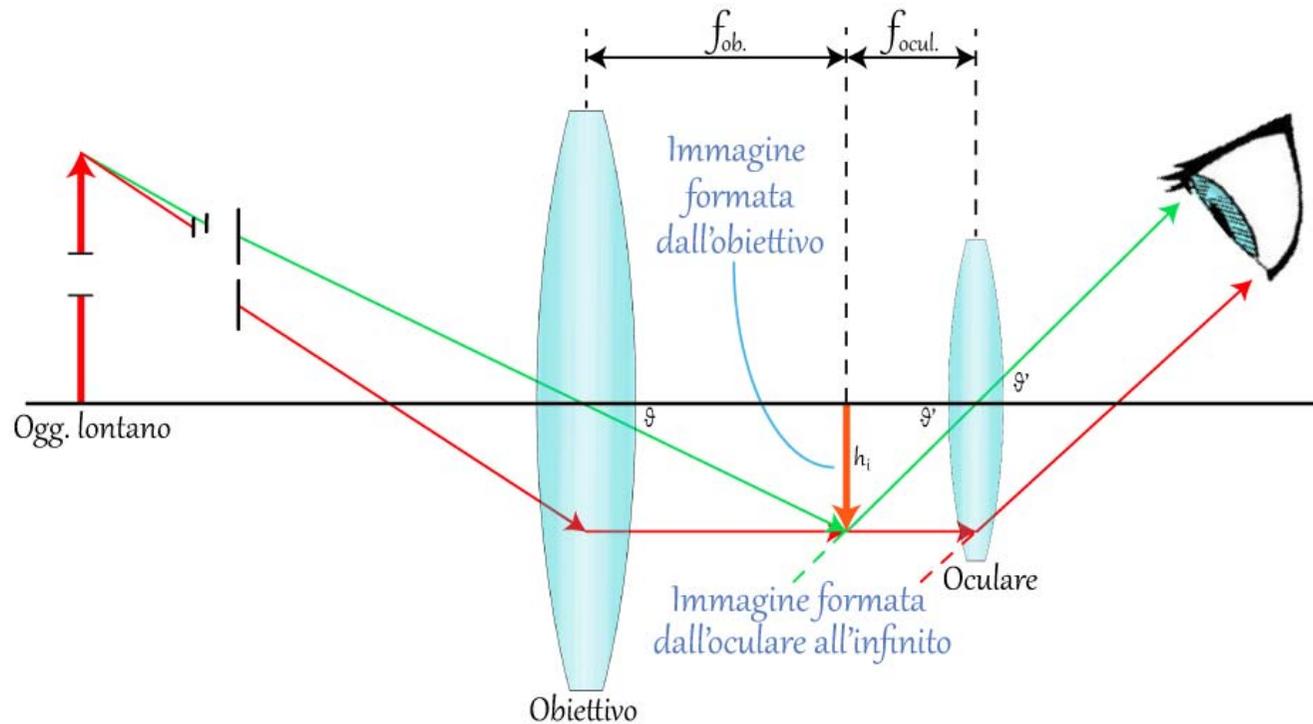
$$\rightarrow RF = 700/100 = 7 \quad \rightarrow f/7$$

NB: attenzione alle unità di misura!



Telescopi: oculare

L'obiettivo produce sul piano focale un'immagine reale piccola e capovolta, che per poter essere osservata deve essere ingrandita dall'**oculare**



Telescopi: obiettivo ed oculare

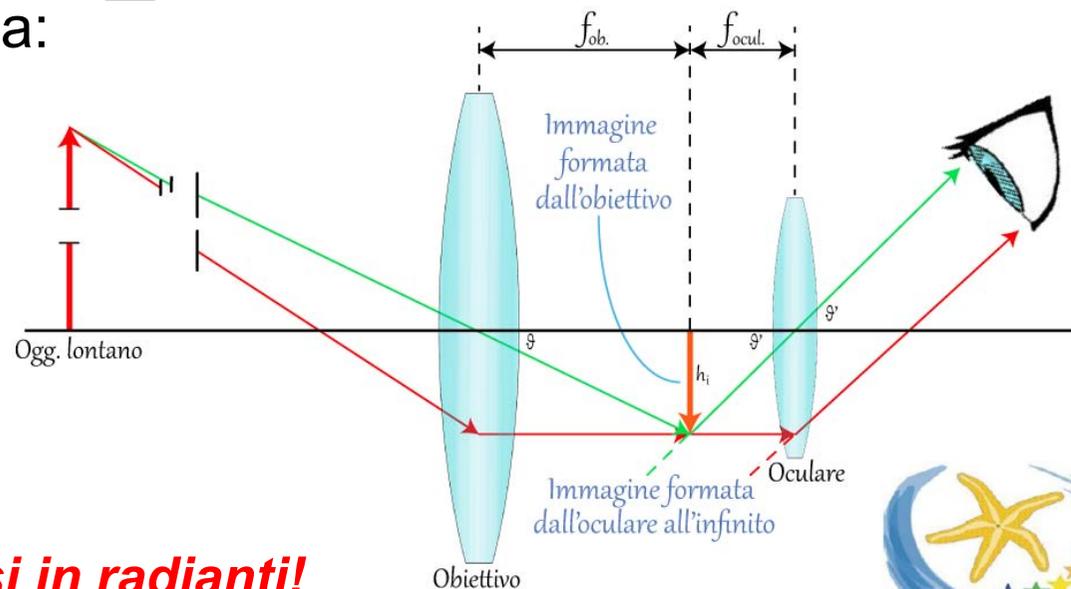
- Se l'immagine ha un'altezza h_i la sua **dimensione angolare θ** sarà:

$$\theta = -\frac{h_i}{f_{\text{obiettivo}}}$$

- La **dimensione angolare θ'** a sua volta è data da: $\theta' = -\frac{h_i}{f_{\text{oculare}}}$

- L' **Ingrandimento totale I_{tot} del telescopio** sarà il rapporto tra i due angoli θ' e θ , ossia:

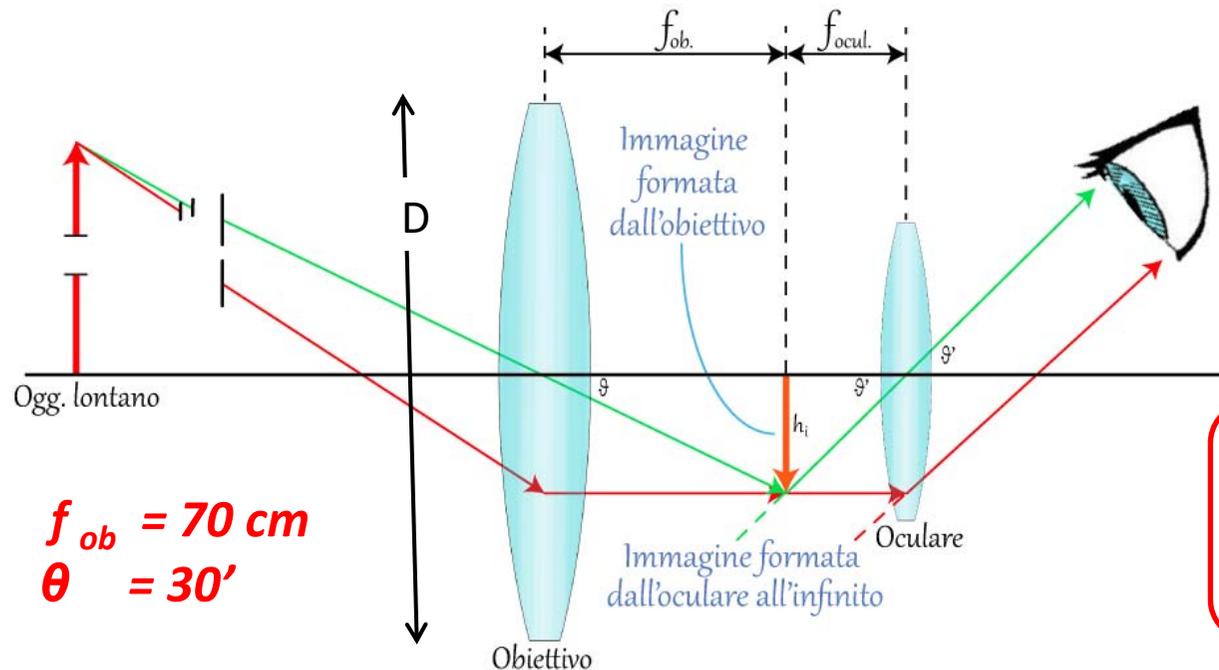
$$I_{\text{tot}} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_{\text{obiettivo}}}{f_{\text{oculare}}}$$



NB: θ e θ' sono espressi in radianti!



Telescopi: obiettivo ed oculare – per capire



$$f_{ob} = 70 \text{ cm}$$

$$\theta = 30'$$

$$\theta = -\frac{h_i}{f_{obiettivo}}$$

$$I_{tot} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_{obiettivo}}{f_{oculare}}$$

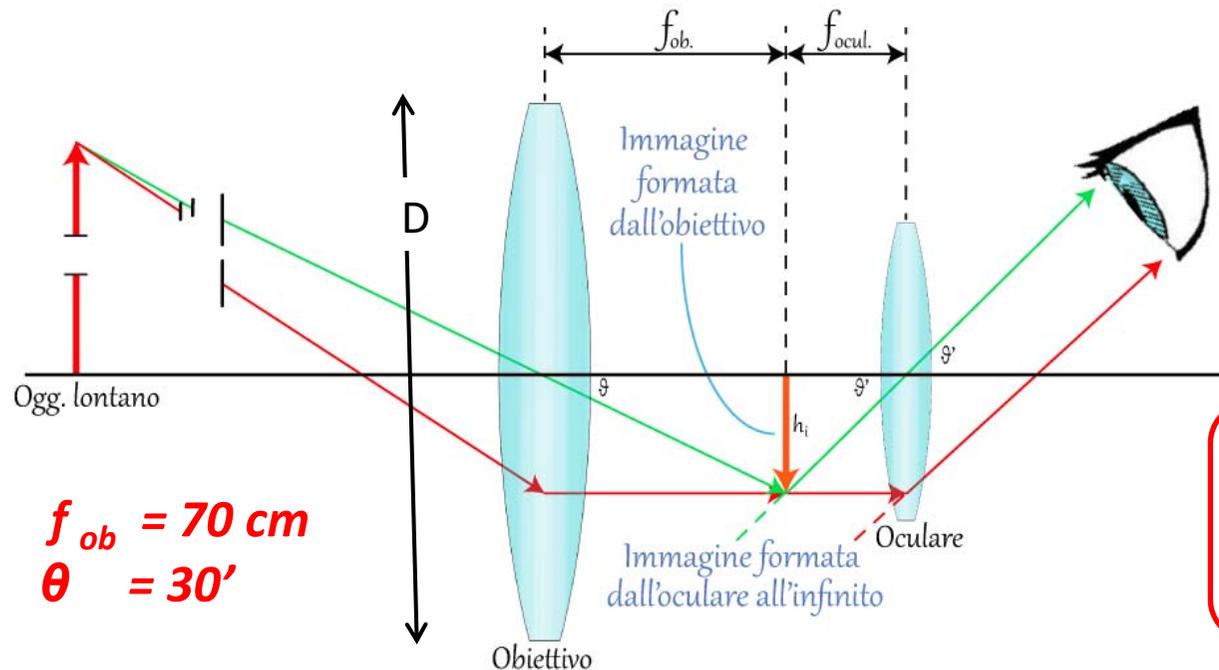
- Se un telescopio ha una (lunghezza) focale di 70 cm e osserva un oggetto di dimensioni $\sim 30'$ (es. la Luna), quale sarà la sua **dimensione sul piano focale** dell'obiettivo?

1° formula $\rightarrow h_i = -\vartheta \cdot f_{obiet}$ ma ϑ deve essere convertito in radianti!

$$= - (0,5/57,29578) \times 70 = - 0,61 \text{ cm}$$



Telescopi: obiettivo ed oculare – per capire



$f_{ob} = 70 \text{ cm}$
 $\theta = 30'$

$$\theta = -\frac{h_i}{f_{obiettivo}}$$

$$I_{tot} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_{obiettivo}}{f_{oculare}}$$

$\rightarrow h_i = -\vartheta \cdot f_{obiet} = - (0,5/57,29578) \times 70 = - 0,61 \text{ cm}$

- Se tale oggetto è visto attraverso l'oculare sotto un angolo di 4°, quale sarà l'ingrandimento totale del telescopio?

2° formula $\rightarrow I_{tot} = \vartheta_{ocul} / \vartheta_{obiet} = (4 \times 60)' / 30' = 8$

- E dunque quale sarà la focale dell'oculare?

$\rightarrow I_{tot} = f_{obiet} / f_{ocul} \rightarrow f_{ocul} = f_{obiet} / I_{tot} = 70 / 8 = 8,75 \text{ cm}$



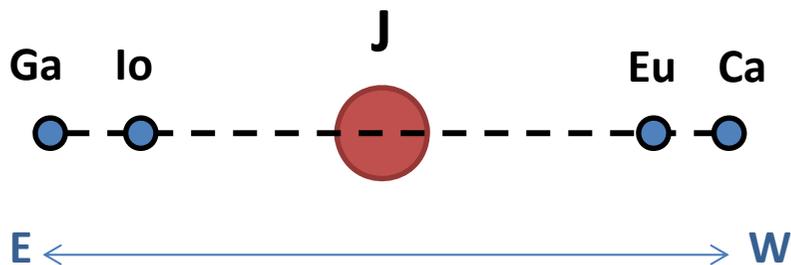
5. Giove e i satelliti Medicei.



L'immagine a sinistra mostra Giove e i satelliti Medicei. Da Est (E) verso Ovest (W) – da sinistra verso destra – sono visibili, nell'ordine: Ganimede, Io, Giove, Europa e Callisto. Le distanze angolari dei satelliti dal centro del pianeta sono:

1. Ganimede – Giove = $2' 56''$
2. Io – Giove = $2'$
3. Europa – Giove = $2' 25''$
4. Callisto – Giove = $2' 47''$

Supponiamo di osservare Giove e i suoi quattro satelliti con un telescopio di apertura $D = 200$ mm e rapporto focale $f/10$, sul cui piano focale è posta una camera fotografica il cui CCD ha dimensioni 2048×2048 pixels con ciascun pixel di forma quadrata e lato $l_{pix} = 6.4$ micron (μm). Verificare se con questa strumentazione è possibile far rientrare nel campo del CCD l'immagine completa di Giove con i suoi quattro satelliti medicei.



Risoluzione:

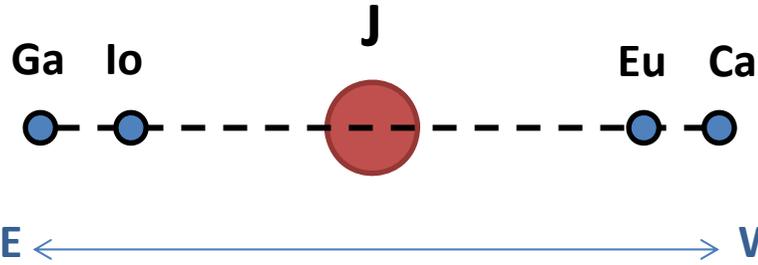
Dobbiamo capire se la dimensione in cielo del sistema di Giove è maggiore o minore della dimensione che può 'vedere' il CCD posto nel fuoco del telescopio

1) La distanza Ga-Ca è pari a:

$$\begin{aligned} d(\text{Ga-J}) + d(\text{Ca-J}) &= 2' 56'' + 2' 47'' = 5' 43'' \\ &= \mathbf{343''} \end{aligned}$$

NB: attenzione: $d(\text{Ga-Ca})$ è una dimensione angolare!





Dove L è la CCD, ed F il fuoco del telescopio

Il telescopio ha:

D= 200 mm **RF= f/10**

Quindi la focale **F= D · RF= 200x10= 2000 mm**

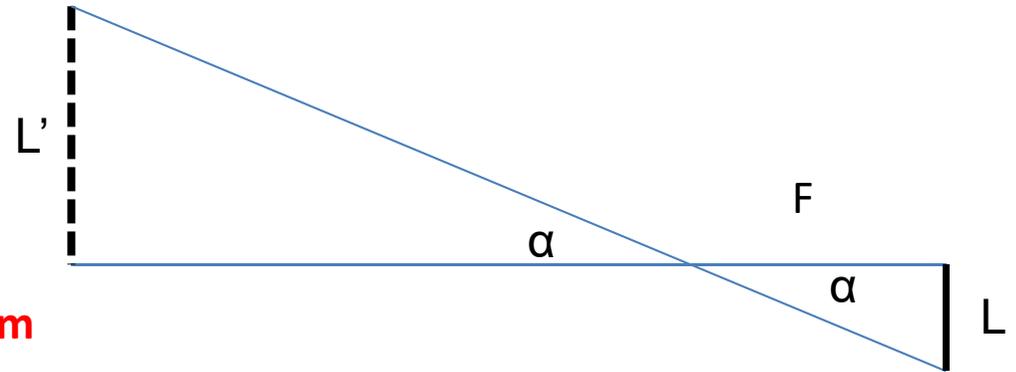
$$L = 2048 \cdot 6.4 \mu\text{m} = 2048 \times 6.4 \times 10^{-6} \text{ m} = 13.1 \text{ mm}$$

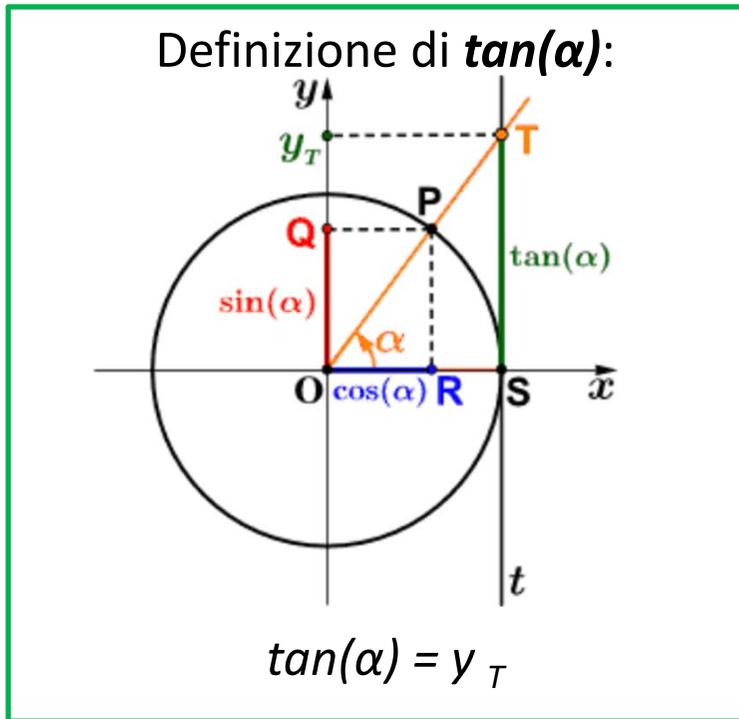
→ Sarà maggiore o minore di d(Ga-Ca)?

E' possibile determinarlo usando il **2° teorema della trigonometria:** $L = F \cdot \tan(\alpha)$

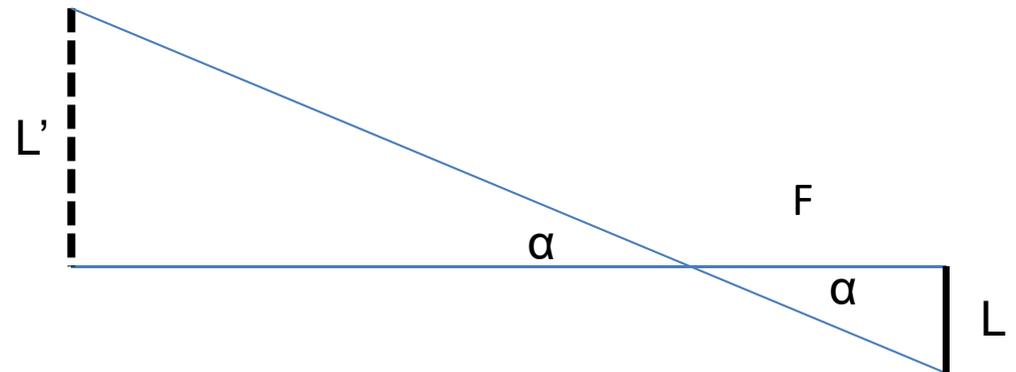
che ci permette di avere l'angolo α sotto cui è visto in cielo L'

2) La dimensione del CCD sul piano focale può essere calcolata immaginando questo schema:





2) La dimensione del CCD sul piano focale può essere calcolata immaginando questo schema:



→ Sarà maggiore o minore di $d(\text{Ga-Ca})$?

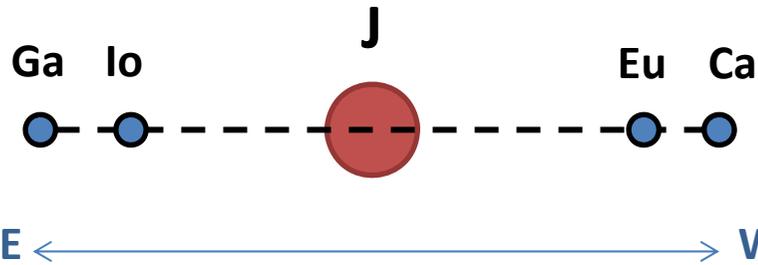
E' possibile determinarlo usando il **2° teorema della trigonometria:** $L = F \cdot \tan(\alpha)$

che ci permette di avere l'angolo α sotto cui è visto in cielo L'

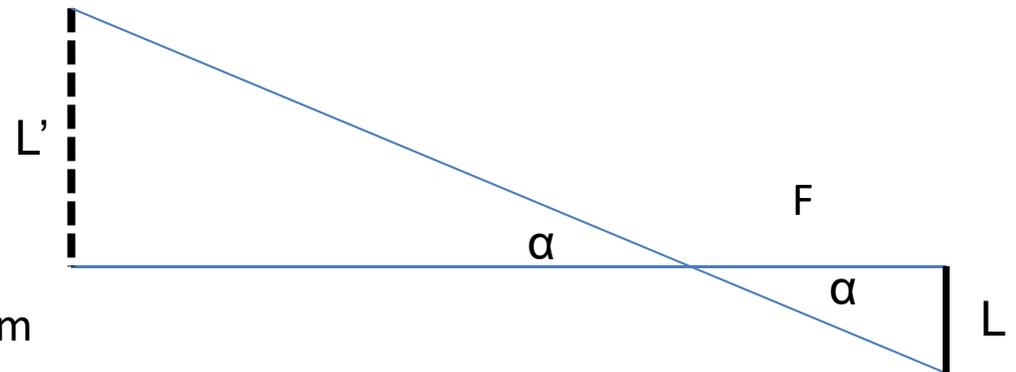


NB: guardate il formulario di trigonometria in fondo alla lezione!





2) La dimensione del CCD sul piano focale può essere calcolata immaginando questo schema:



Dove L è la CCD, ed F il fuoco del telescopio

Il telescopio ha:

$$D = 200 \text{ mm} \quad RF = f/10$$

$$\text{Quindi la focale } F = D \cdot RF = 200 \times 10 = 2000 \text{ mm}$$

$$L = 2048 \cdot 6.4 \mu\text{m} = 2048 \times 6.4 \times 10^{-6} \text{ m} = 13.1 \text{ mm}$$

→ Sarà maggiore o minore di $d(\text{Ga-Ca})$?

E' possibile determinarlo usando il **2° teorema della trigonometria:** $L = F \cdot \tan(\alpha)$

che ci permette di avere l'angolo α sotto cui è visto in cielo L'

NB: $d(\text{Ga-Ca})$ è distanza angolare! Quindi:

$$\alpha = \arctan(L/F) = \arctan(13.1/2000) = 0.375^\circ = 22.5' = \mathbf{1350''}$$

Da confrontare con $d(\text{Ga-Ca}) = \mathbf{343''}$

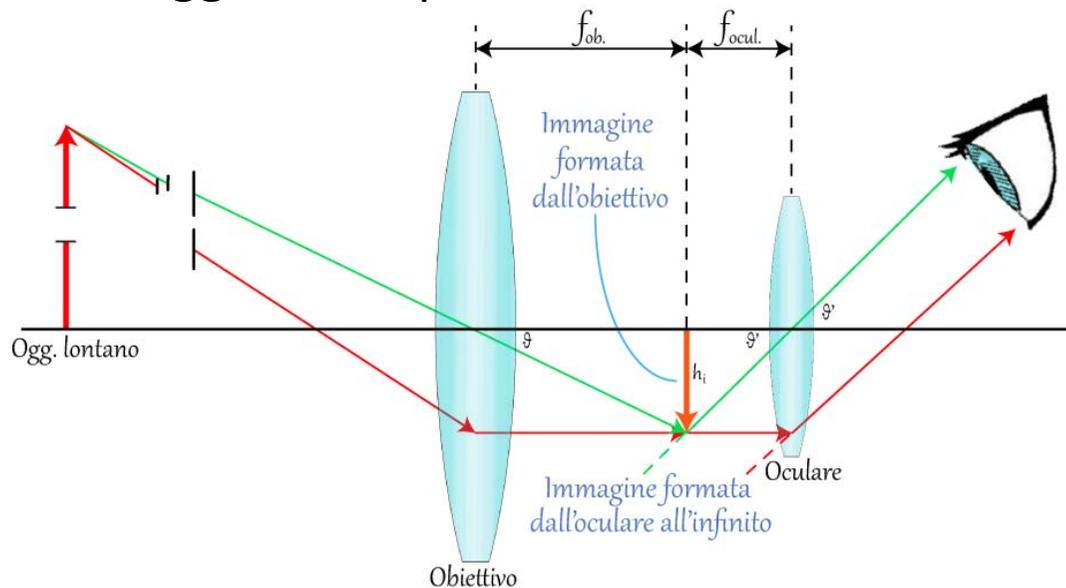
RISPOSTA: si, è possibile ottenere l'immagine di tutti i satelliti



Risoluzione spaziale *(solo Senior)*

Risoluzione spaziale: è la capacità di un telescopio di distinguere **due sorgenti molto vicine** fra loro.

La risoluzione si dice tanto più *alta* quanto minore è la distanza (angolare!) fra due oggetti che possono essere distinti.



$$P = \frac{1.22 \cdot \lambda \cdot 206265}{D}$$

P in arcsec (")

λ e D entrambi in m, o mm...

Esprimendo tutto in millimetri e attribuendo a λ il valore al quale l'occhio è maggiormente sensibile (circa $0.56 \mu\text{m}$) otteniamo:

P in arcsec (")

D in mm

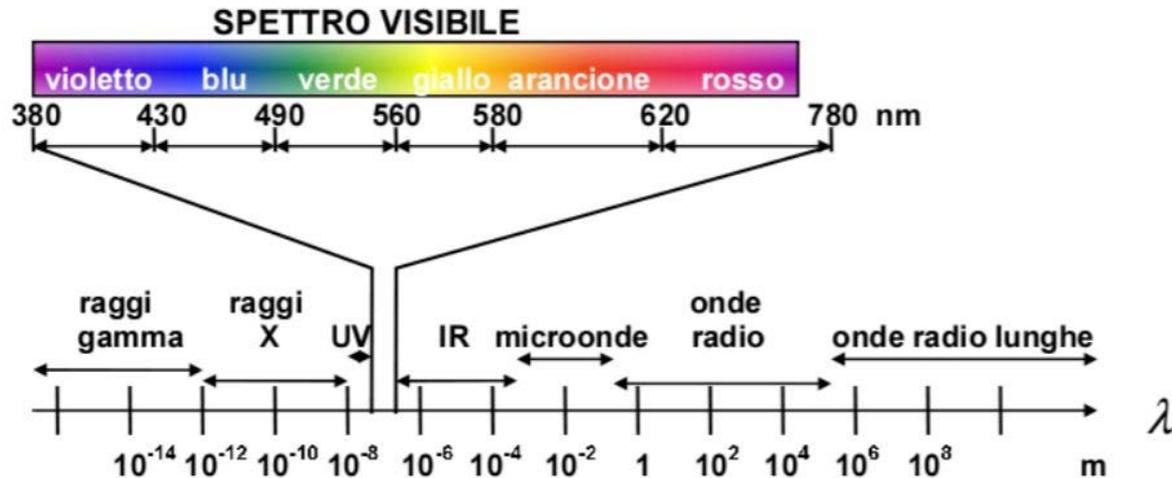
$$P = \frac{135}{D}$$



Risoluzione spettrale *(solo Senior)*

Risoluzione spettrale: la capacità di uno strumento di distinguere due segnali che hanno lunghezze d'onda λ molto vicine.

La risoluzione si dice tanto più *alta* quanto più piccola è la differenza $\Delta\lambda$ di lunghezze d'onda fra due segnali che possono essere distinti.



$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

adimensionale



3. Tre stelle da fotografare.



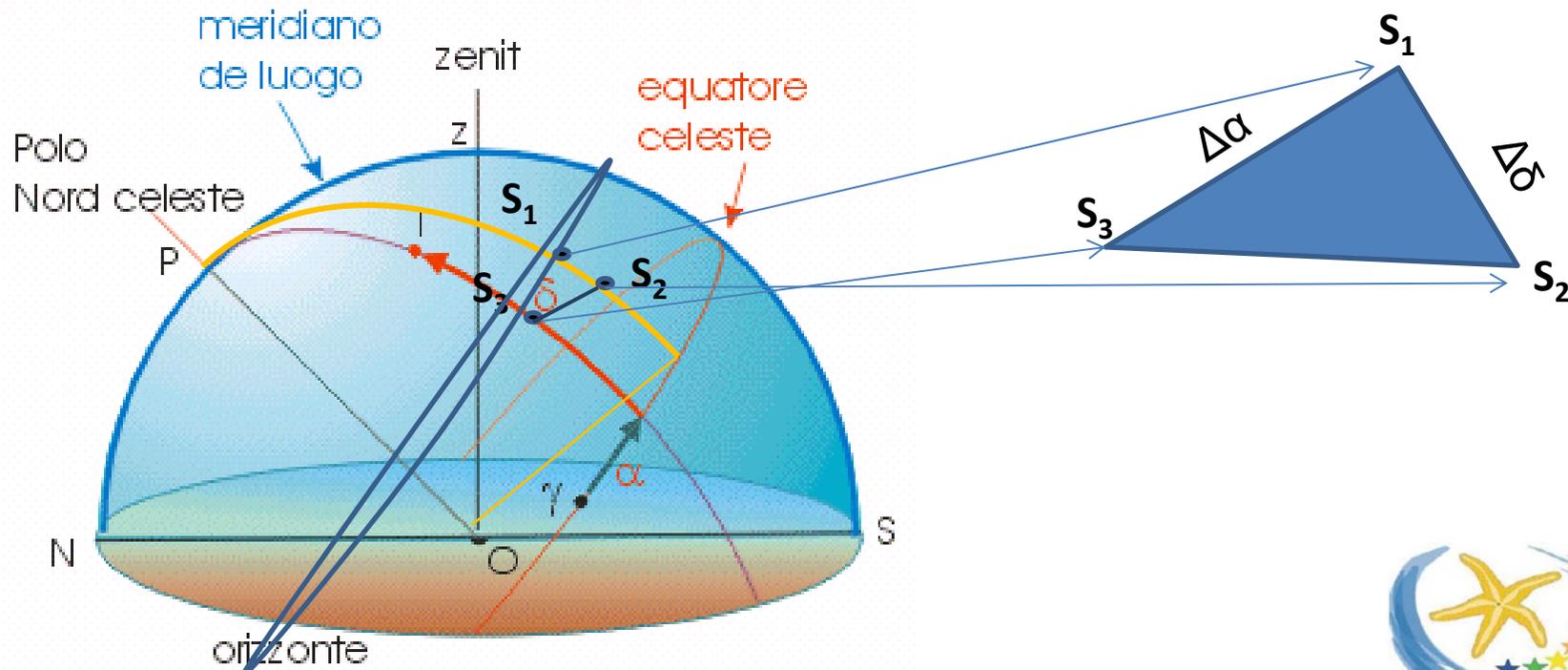
La sera del 20 Aprile 2016 a Milano è possibile osservare tre stelle di uguale magnitudine apparente le cui coordinate sono:

Star 1 ($\alpha_{2016} = 6^{\text{h}} 30^{\text{m}}$, $\delta_{2016} = +35^{\circ} 20'$);

Star 2 ($\alpha_{2016} = 6^{\text{h}} 30^{\text{m}}$, $\delta_{2016} = +34^{\circ} 40'$);

Star 3 ($\alpha_{2016} = 6^{\text{h}} 24^{\text{m}}$, $\delta_{2016} = +35^{\circ} 20'$).

Le stelle vengono osservate con un telescopio di apertura $D = 200$ mm e rapporto focale $f/10$, sul cui piano focale è posta una camera fotografica il cui CCD ha dimensioni 4096×4096 pixels con ciascun pixel di forma quadrata e lato $l_{\text{pix}} = 6.4 \mu\text{m}$. È possibile ottenere un'immagine in cui compaiono insieme Star 1 e Star 2? È possibile ottenere un'immagine in cui compaiono insieme Star 1 e Star 3?



Soluzione.

Poiché le coordinate sono riferite all'epoca attuale (2016) non è necessaria nessuna correzione per la precessione. Per esprimere una differenza di ascensione retta (ΔAR) in unità angolari, dobbiamo considerare che all'equatore celeste 24^h di ascensione retta (AR) equivalgono a 360° (e quindi $1^h = 15^\circ$). In generale, detta K la differenza di AR espressa in unità angolari all'equatore celeste si ha: $K = 360^\circ \cdot \Delta AR / 24$. Se invece una stella è posta a una declinazione δ occorrerà moltiplicare il valore ottenuto per $\cos \delta$.

La distanza angolare (Δ_{1-2}) tra Star 1 e Star 2, che hanno la stessa AR, vale: $\Delta_{1-2} = \delta_1 - \delta_2 = 40' = 2400''$. La distanza angolare (Δ_{1-3}) tra Star 1 e Star 3, che hanno la stessa declinazione, vale: $\Delta_{1-3} = [360^\circ \cdot (\alpha_1 - \alpha_2) / 24] \cdot \cos(35^\circ 20')$
 $= 1^\circ.5 \cdot \cos(35^\circ 20') = 1^\circ.224 = 73'.4 = 4405''$

La focale del telescopio vale: $F = 10 \cdot 200 = 2000 \text{ mm} = 200 \text{ cm}$. Il rivelatore CCD della camera è un quadrato con lato pari a: $L = 4096 \cdot \text{lpix} = 4096 \cdot 6.4 \mu\text{m} = 2.62 \text{ cm}$ e diagonale $D = \sqrt{2} L = 3.71 \text{ cm}$

Queste dimensioni lineari sul piano focale corrispondono ad angoli nel cielo di:

$$\alpha_1 = \arctg \frac{L}{F} = 0^\circ.75 = 45' = 2700'' \quad \text{e} \quad \alpha_2 = \arctg \frac{D}{F} = 1^\circ.06 = 63'.6 = 3816''$$

Vediamo quindi che è possibile ottenere un'immagine in cui compaiono insieme Star 1 e Star 2, mentre non è possibile ottenere un'immagine in cui compaiono insieme Star 1 e Star 3.



Link utili

- Ottica:

[http://www.aristidetorrelli.it/Articoli/Ottica/Parte1/PrincipidiOtticaELe
ntiSottili.htm](http://www.aristidetorrelli.it/Articoli/Ottica/Parte1/PrincipidiOtticaELe
ntiSottili.htm)

- Telescopi:

<http://www.scientifico.asti.it/fisica-2.0/a-il-telescopio/>

- Potere risolutivo:

<http://www.galassiere.it/ottica4.htm>

- Trigonometria:

[https://www.youmath.it/formulari/65-formulari-di-trigonometria-
logaritmi-esponenziali.html](https://www.youmath.it/formulari/65-formulari-di-trigonometria-
logaritmi-esponenziali.html)

Per questa lezione e alcuni esercizi (con soluzioni) andate su:

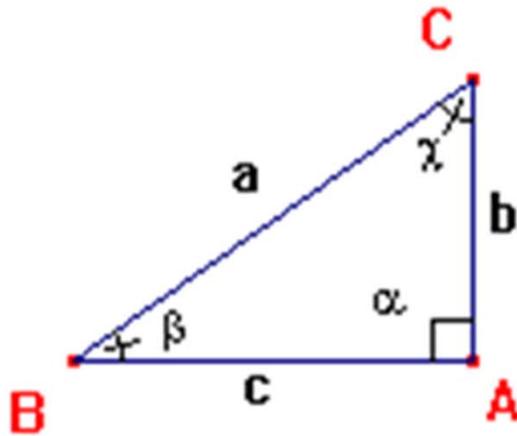
[http://www.iaps.inaf.it/ufficio.comunicazione/per-le-scuole/olimpiadi-
di-astronomia/](http://www.iaps.inaf.it/ufficio.comunicazione/per-le-scuole/olimpiadi-
di-astronomia/)



Formulario di trigonometria

1° Teorema

In un triangolo rettangolo, la misura di un cateto è uguale al prodotto della misura dell'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto oppure per il coseno dell'angolo adiacente.



$$b = a \operatorname{sen} \beta, \quad c = a \operatorname{sen} \gamma$$
$$b = a \operatorname{cos} \gamma, \quad c = a \operatorname{cos} \beta$$

2° Teorema

In un triangolo rettangolo, la misura di un cateto è uguale a quella dell'altro cateto per la tangente dell'angolo opposto al primo, o per la cotangente dell'angolo adiacente.

$$c = b \operatorname{tg} \gamma, \quad b = c \operatorname{tg} \beta$$
$$c = b \operatorname{ctg} \beta, \quad b = c \operatorname{ctg} \gamma$$



Conversioni e costanti utili:

1 radiante (rad) = 57,29578° = 57° 18' tale che: 360° = 2 π rad

1 arcsecondo (") = 1/3600 gradi (°) = 1/206265 radianti (rad)

Velocità della luce c = 299 792 458 m/s

Multipli e sottomultipli:

