

Esercizi ed elementi di teoria sui moti apparenti della luna e dei pianeti

Fiamma Capitanio, INAF-IAPS Roma

La Luna

Moti apparenti della Luna e dei pianeti.
Distanza Terra-Luna. Fasi lunari e dei
pianeti. Eclissi

Olimpiadi di Astronomia 2018
Selezione Interregionale Lazio
astrolimpiadi.lazio@iaps.inaf.it

Il sistema Terra-Luna

La Terra e la Luna si possono considerare, per molti aspetti, come un pianeta doppio.

Il raggio medio della Luna è circa 1/3.7 di quello della terra.

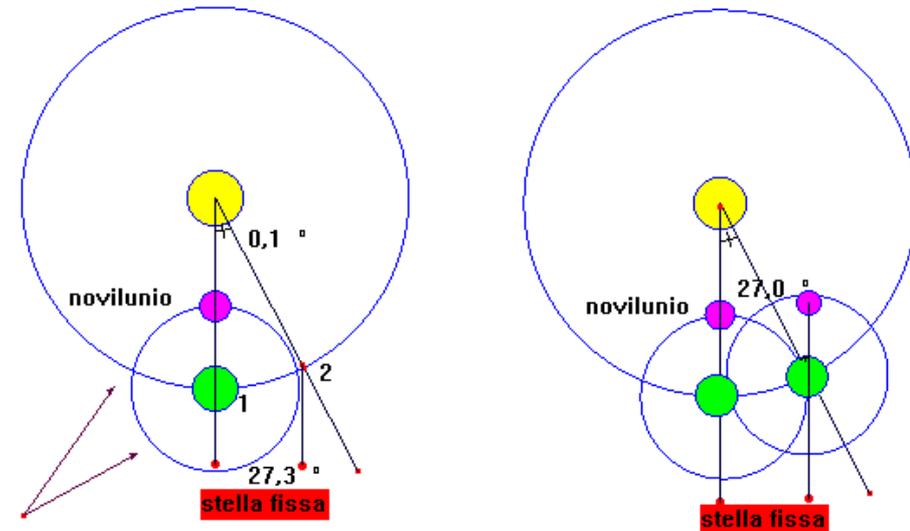
Massa della Luna è circa 1/81 della massa della Terra.

E' il baricentro del sistema Terra-Luna che si muove intorno al sole

Mese siderale; $M_{sid}=27d7h43m$; è il tempo che impiega la Luna ad effettuare un giro di 360° intorno alla terra rispetto alle stelle fisse

Mese sinodico; $M_{sin}=29d12h44m$; è la distanza di tempo che intercorre tra due noviluni.

Se la terra fosse ferma rispetto al sole, i due mesi coinciderebbero. Invece, nel tempo che la luna impiega per compiere una rivoluzione, ovvero 360° ($13,3^\circ/\text{giorno}$), la terra si è spostata di 27° sulla sua orbita attorno al sole ($1^\circ/\text{giorno}$). La luna perciò risulterà allineata con le stelle fisse ma non sarà ritornata in novilunio: stesso allineamento sole, luna, terra. La Luna deve quindi descrivere un angolo di 27° per riallinearsi con sole e terra.

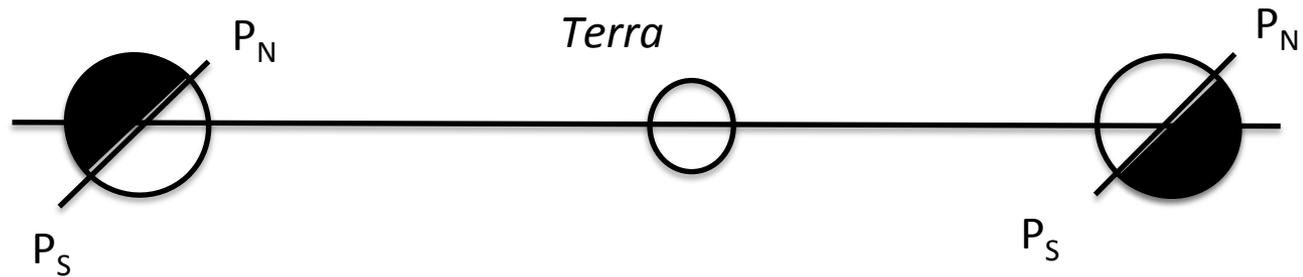


sposta la terra da punto 1 a punto 2 [27° in 27 giorni];poi sposta la luna di 360° (in 27 giorni);risulterà allineata con la stella ma non con sole e terra[novilunio];sposta la luna ancora di 27° per allinearla

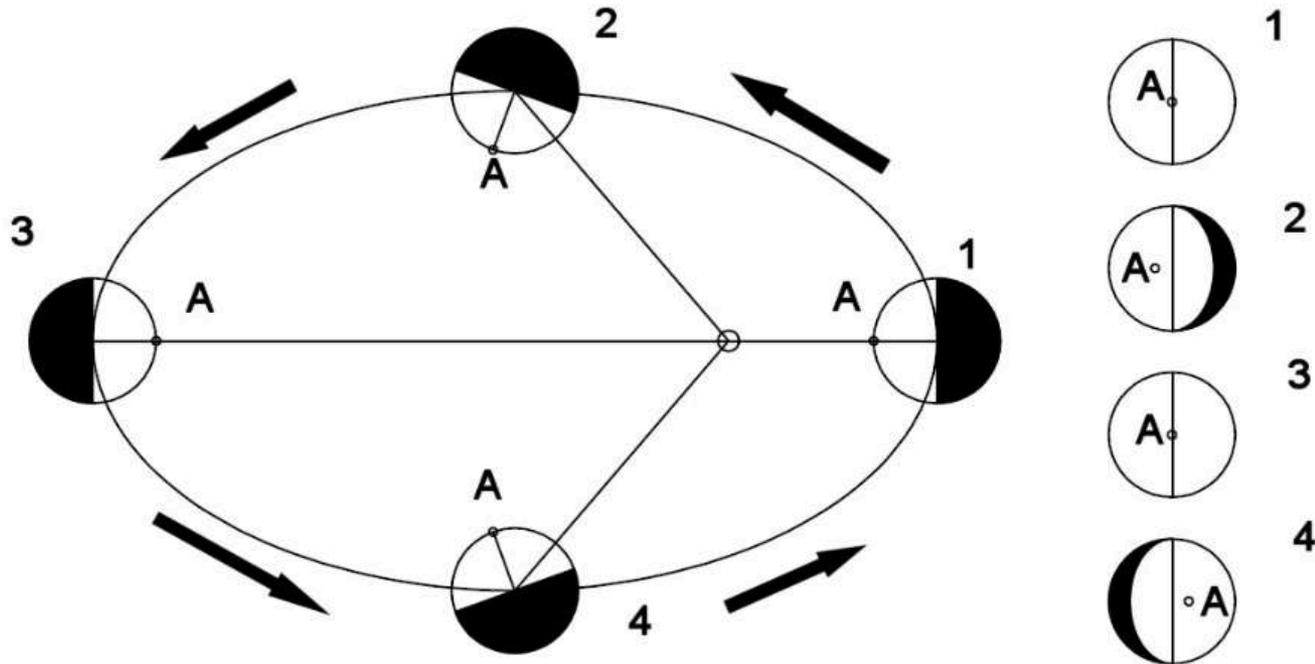
<http://digilander.libero.it/furlanma/museo/cabrianima/lunare1.html>

LIBRAZIONI

Librazione in Latitudine:
Inclinazione dell'asse di rotazione della luna rispetto alla sua orbita intorno alla terra



Librazione in Longitudine:
Mentre la velocità di rotazione sul suo asse è costante, quella di rivoluzione intorno alla terra varia a causa dell'eccentricità dell'orbita della luna intorno alla terra (seconda legge di Keplero).



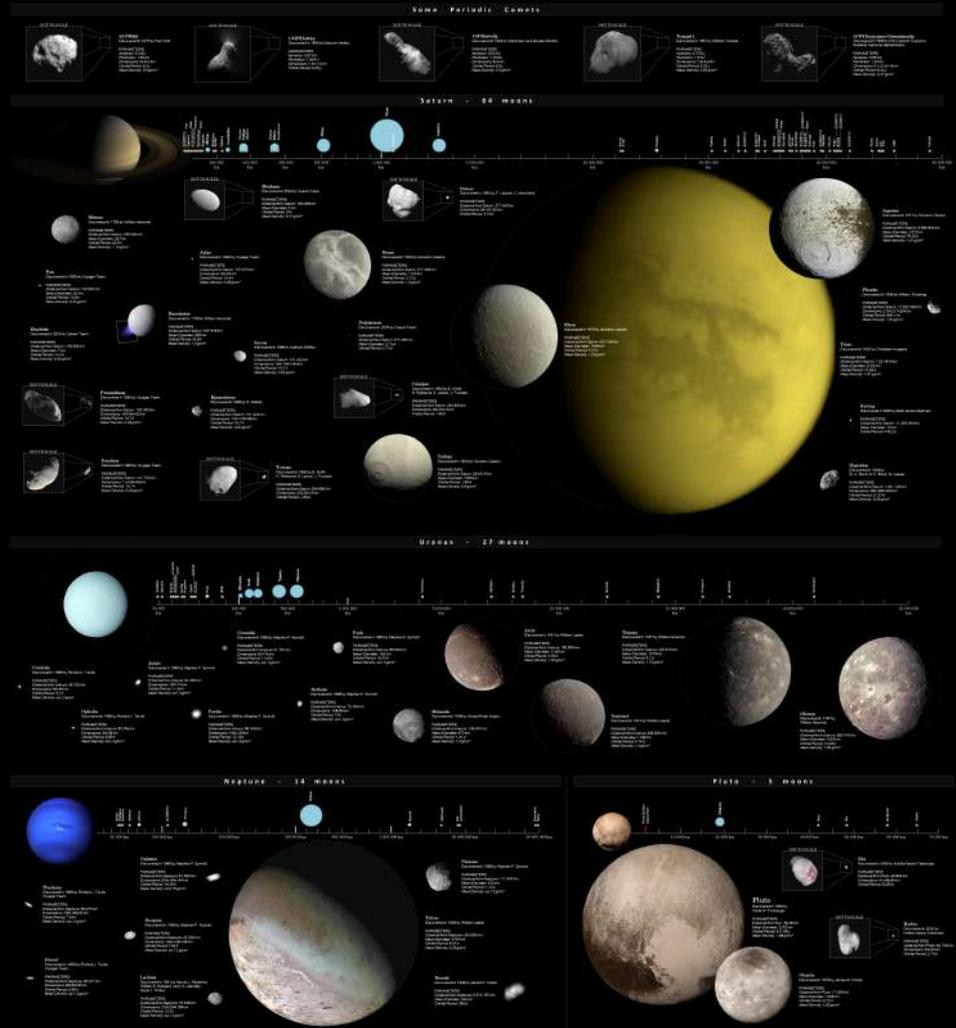


Non-Planet of the Solar System to scale

Dwarf Planets (Ceres & Pluto) – Moons of Planets and Dwarf Planets – Asteroids – Comets

Images from Missions: Voyager 1 – 2, Hubble Space Telescope, Mars Reconnaissance Orbiter, Deep Impact-EPOXI, Sturdust, Galileo, Near-Shoemaker, Cassini, Rosetta, Dawn, New Horizons

THE REPRESENTATION BETWEEN MOONS & PLANET ON DISTANCE LINE AND PLANET & PLANETS OF DISTANCE LINE IS NOT TO SCALE



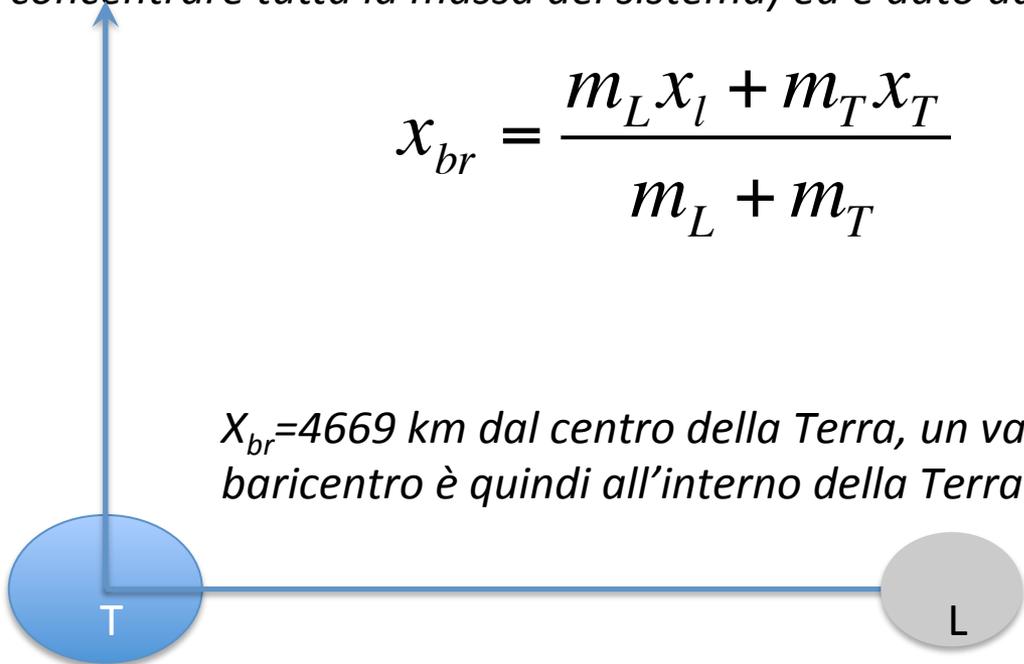
Es1. a) Calcolare la distanza dal centro della Terra del baricentro del sistema Terra-Luna
Calcoliamo la posizione del baricentro ponendo lo zero del nostro sistema di assi cartesiani nel centro della Terra quindi $x_T=0$ e $x_L=D_{TL}$.

Il baricentro è il centro della distribuzione di massa del sistema (il punto in cui si può pensare di concentrare tutta la massa del sistema) ed è dato dalla seguente formula:

$$x_{br} = \frac{m_L x_l + m_T x_T}{m_L + m_T}$$

- Dati:
 $m_L=7.348 \cdot 10^{22}$ kg massa Luna
 $m_t=5.976 \cdot 10^{24}$ kg massa Terra
 $D_{TL}=384400$ km distanza Terra-Luna
 $R_t=6371$ km

*$x_{br}=4669$ km dal centro della Terra, un valore minore del raggio terrestre, il baricentro è quindi all'interno della Terra. Ma quanto? $x_{Br}=6371-4669$ km = **1702 km***



- Dati:
 $m_c= 0.1 \cdot 10^{22}$ kg massa Caronte
 $M_t=1.3 \cdot 10^{22}$ kg massa Plutone
 $D_{PC}=19640$ km distanza Plutone-Caronte
 $R_p=1185$ km

b) Calcolare la distanza dal centro di Plutone del baricentro del sistema Plutone-Caronte

$x_{BRr}=1403$ km dal centro di Plutone, un valore maggiore del raggio di Plutone. Plutone-Caronte è quindi un sistema doppio di pianeti (nani). Il baricentro è infatti 218km all'esterno della superficie di Plutone

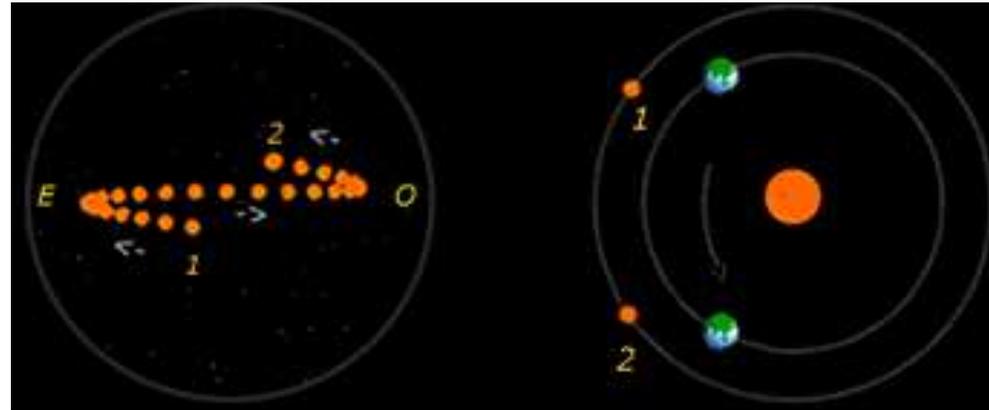
Moto Apparente dei pianeti

- Per effetto della somma proprio moto di rivoluzione intorno al sole e di quello della terra, i pianeti descrivono sulla sfera celeste col passare del tempo delle "S" o dei cappi.
- **moto diretto:** Quando il pianeta si muove da ovest verso est
- **moto retrogrado:** Quando il pianeta si muove da est verso ovest
- **punto stazionario:** Il punto in cui il pianeta cambia direzione
- Più il pianeta è lontano più il suo moto è lento e più la "S" si avvicina ad un'ellisse (La parallasse)

Periodo sinodico: il tempo che intercorre tra due eventi (ad esempio due opposizioni successive)

Periodo siderale: il periodo di rivoluzione intorno al sole, ovvero dopo aver percorso 360° .

Il periodo siderale è tipico di ogni corpo celeste, mentre il periodo sinodico dipende dalla somma o differenza dei periodi siderali dei due corpi presi in considerazione (es. il periodo sinodico della Luna intorno alla Terra).



$\omega_p =$ Velocità angolare media del pianeta

$\omega_0 =$ Velocità angolare media della Terra

$\omega_s = \frac{2\pi}{P_s}$; $P_s =$ periodo sinodico

$$\rightarrow \frac{2\pi}{P_s} = \left| \frac{2\pi}{P_p} - \frac{2\pi}{P_0} \right| \rightarrow \frac{1}{P_s} = \left| \frac{1}{P_p} - \frac{1}{P_0} \right|$$

Relazione che lega la velocità angolare sinodica a quella siderale **per pianeti esterni**

$$\omega_s = \omega_0 - \omega_p$$

Relazione che lega il periodo sinodico a quello siderale **per pianeti interno e Luna**

$$\omega_s = \omega_p - \omega_0$$

Il secondo termine dell'equazione cambia di segno se si tratta di un pianeta esterno

Ovvero:

$$\frac{1}{P_s} = \frac{1}{P_p} - \frac{1}{P_0}$$

Per i pianeti interni e la
Luna con Psiderale < 365g

$$\frac{1}{P_s} = \frac{1}{P_0} - \frac{1}{P_p}$$

Per i pianeti esterni
Psiderale > 365g

Es2. Dato il mese siderale della Luna pari a $M_l=27.322$ calcoliamoci il mese sinodico, M_s .

$$\frac{1}{P_s} = \frac{1}{P_p} - \frac{1}{P_0} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{M_s} = \frac{1}{M_l} - \frac{1}{P_0} \quad \frac{1}{M_s} = \frac{1}{27.322g} - \frac{1}{365.256g} = \frac{1}{0.0339} = 29.5g$$

Es 5. Supponiamo invece di calcolare il periodo tra 2 noviluni di Titano rispetto ad un osservatore posto su Saturno (supponendo ovviamente che gli altri satelliti di Saturno influenzino l'orbita di Titano in maniera trascurabile). Possiamo definire questo periodo come il "mese" sinodico di Titano.

ATTENZIONE!! Per la precisione per "mese sinodico" si intende il periodo di tempo tra due successivi noviluni della LUNA rispetto ad un osservatore terrestre. Però solo per questo esercizio possiamo estenderne il significato e definire un "mese sinodico rispetto a Saturno"

$$\frac{1}{P_s} = \frac{1}{P_p} - \frac{1}{P_0}$$

P_0 = in questo caso è il periodo siderale di saturno = 29,45 anni = 29.45*365 = 10749.25 giorni

P_p = è il "mese" siderale di Titano = 15,9 giorni

P_s = il "mese" sinodico di Titano rispetto a saturno

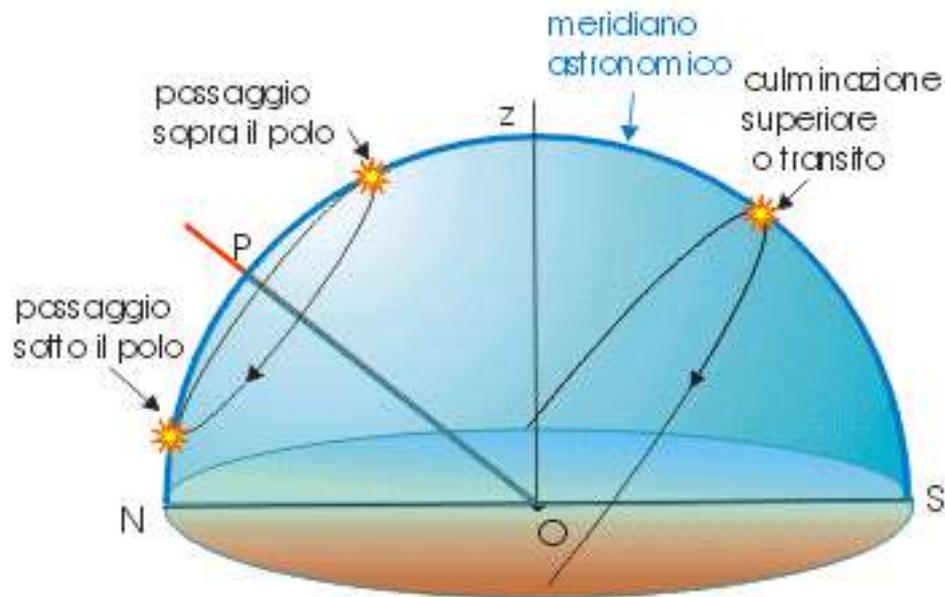
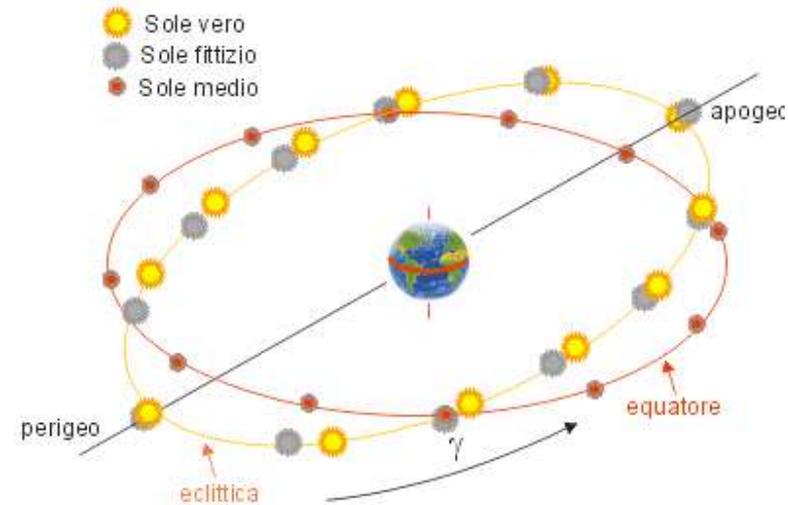
$$\frac{1}{P_s} = \frac{1}{15,9} - \frac{1}{10749.25} = 0.063$$

$$P_s = 15.92$$

Perché la differenza tra "mese" sinodico e "mese" siderale di Titano è praticamente nulla?

Alcune definizioni utili

Il Tempo solare medio (detto anche tempo medio, tempo medio locale) è l'angolo orario del Sole medio più 12 ore. L'ora zero (inizio del giorno solare medio) è data dalla culminazione inferiore del Sole medio per il luogo di osservazione.



Testo e disegno copiati da:

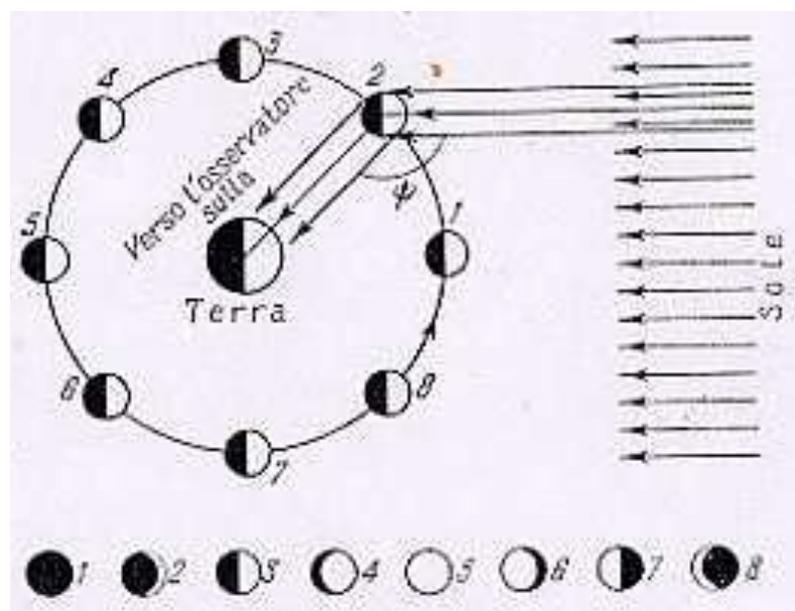
<https://eratostene.vialattea.net> e rielaborati

La culminazione è il passaggio di un corpo celeste attraverso il meridiano astronomico (cerchio massimo che passa per i poli, lo zenit e il nadir).

Si distingue una culminazione superiore o transito come l'attraversamento più vicino allo zenit e la culminazione inferiore come l'attraversamento più lontano dallo zenit.

Per le stelle circumpolari e per la Luna, il transito viene detto anche **passaggio sopra il polo**, mentre la culminazione inferiore si chiama **passaggio sotto il polo**.

Fasi Lunari



Le fasi lunari sono una conseguenza delle diverse posizioni occupate dalla Luna, rispetto al Sole, nel suo moto di rotazione attorno alla Terra (vedi Fig1); Si possono distinguere 4 fasi principali che si trasformano progressivamente l'una nell'altra, più due fasi intermedie:

- **Luna nuova, (1)** in congiunzione col sole, invisibile, mostra la sua parte in ombra. Culmina a mezzogiorno (tempo solare medio). Stessa longitudine del sole
- **Luna crescente (2)** appare dopo due giorni dalla luna nuova, una falce sottile ad ovest al tramonto in direzione del sole, convessità verso il sole.
- **primo quarto(3)**. Dopo 7 giorni dalla luna nuova, la Luna è in quadratura orientale (90° est in longitudine dal sole), culmina alle 18.00 (TSM), visibile solo nella prima parte della notte.
- **Luna gibbosa crescente (4)**. La parte illuminata continua a crescere per 7 giorni
- **Luna piena (5)**. Dopo 7 giorni dal primo quarto, in opposizione col Sole (180° in longitudine rispetto al Sole), tutto il disco illuminato, visibile tutta la notte, culmina a mezzanotte (TMP).
- **Luna gibbosa calante (6.)**. la luna comincia a decrescere, convessità rivolta verso levante.
- **Ultimo quarto (7.)**. Dopo 7 giorni dalla luna piena, in quadratura (longitudine 90° ovest dal Sole), culmina alle 6 del mattino(TMP), visibile solo nella seconda metà della notte
- **Luna calante(8.)**. Falce sempre più piccola finché si ritorna in congiunzione col Sole.

Esercizi

1. La Luna è alla sua culminazione superiore alle 8pm
Tempo solare medio. Stima la fase della luna

Soluzione:

considerando il giorno solare medio si ha:

- La luna nuova culmina a mezzogiorno
- La Luna piena culmina a mezzanotte
- Il primo quarto culmina alle 18.00
- L'ultimo quarto culmina alle 6 del mattino

Quindi se la luna culmina alle 20.00 vuol dire che è tra il primo quarto e la luna piena:
La luna è quindi **GIBBOSA CRESCENTE**



Gara interregionale 2017 esercizio n° 3 categoria senior.

La prossima Luna piena

Volete calcolare quando si verificherà la prossima Luna Piena. Avete a disposizione un calendario basato sul mese lunare siderale, la cui durata è: $M_{\text{siderale}} = 27.32$ giorni. Oggi è il 13 febbraio, il mese siderale in corso è iniziato con la Luna Nuova dello scorso gennaio e finirà tra 11 giorni. Sapendo che il mese lunare sinodico è $M_{\text{sinodico}} = 29.52$ giorni, quando si verificherà la prossima Luna piena?

$13\text{Fe} + 11\text{g} =$ fine mese siderale che inizia con luna nuova.

$G_i = 13\text{Fe} + 11\text{g} - 27.32 =$ inizio mese sidereale scorso, luna nuova

$G_i + 29.5 =$ Luna Nuova successiva $= 13\text{Fe} + 11\text{g} - 27.32\text{g} + 29.5 = 13\text{Fe} + 13.18$

La luna piena arriva a metà del mese sinodico $29.5/2 = 14.8\text{g}$

La luna piena c'è stata 2g fa ($13\text{Fe} + 13.8 - 14.8$). Quindi la prox luna piena ci sarà il mese successivo Giorno di luna nuova + 14.8g quindi

$13\text{Fe} + 13.18\text{g} + 14.8\text{g} = 13\text{Fe} + 27.98\text{g}$ prox Luna piena $= 13\text{Fe} + 28\text{g} = 12\text{Marzo}$



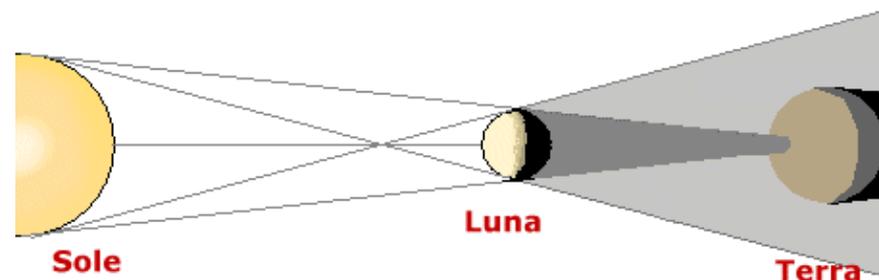
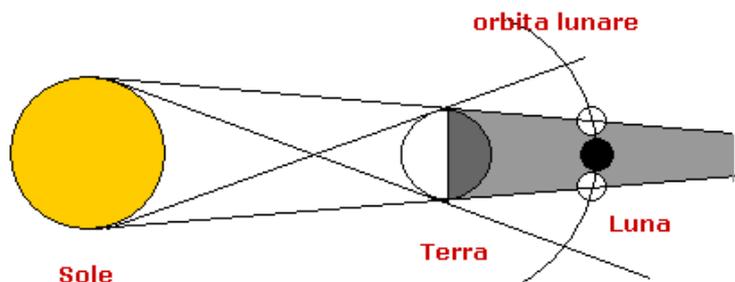
Eclissi di sole e di luna



Eclisse di Sole= occultazione del Sole da parte della Luna.
Eclisse di Luna= occultazione della Luna da parte della Terra.

Per una coincidenza Sole e Luna, pur avendo dimensioni molto diverse, si trovano a distanze tali dalla Terra da mostrare più o meno lo stesso diametro apparente (circa $0^{\circ}.5$). Luna è circa 400 volte più vicina alla Terra ma suo diametro è circa 400 volte più piccolo di quello del Sole.

Se il piano dell'orbita della Luna coincidesse con quello dell'eclittica, invece di essere inclinato di $5^{\circ}9'$, ad ogni novilunio si avrebbe un'eclisse di Luna e ad ogni plenilunio un'eclisse di Sole. Quindi, condizione necessaria e sufficiente perché si abbia un'eclisse è che in plenilunio o novilunio la Luna si trovi in prossimità dei nodi, cioè in vicinanza dell'eclittica e che i centri di Luna e Sole siano allineati, o quasi allineati, con l'osservatore.



Quindi possono esserci eclissi di Sole totali, anulari o parziali.

Dipende da quanto è buono l'allineamento tra Luna e Sole e dalle dimensioni apparenti del disco lunare

Analogamente se la Terra si interpone tra il Sole e la Luna, può intercettare per intero (eclissi totale) o in parte (eclissi parziale) i raggi solari che illuminano la Luna

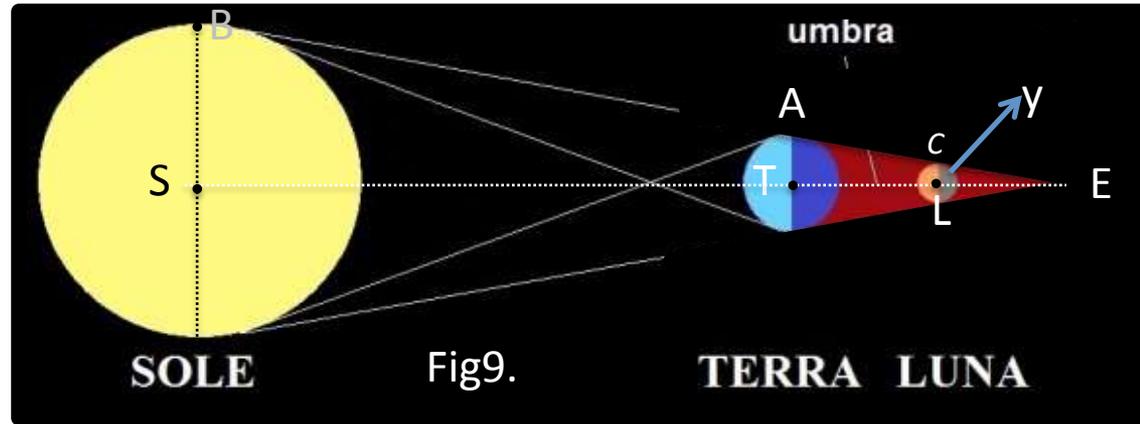
Es 3. Calcolare il raggio y della sezione del cono d'ombra proiettato dalla terra per effetto dell'illuminazione solare sulla Luna posta ad una distanza $l=60r$ (con r =raggio terrestre=AT)

$x=LE$, altezza del cono

$a=ST$ = dist. terra-Sole= 23481r

$R = BS$ = raggio del sole=109r

$l= LT$ = dist. terra-luna=60r



I triangoli BSE, ATE e CLE sono triangoli simili. Il rapporto tra i due cateti è costante:

$$\frac{LE}{y} = \frac{SE}{R} = \frac{TE}{r}; \text{ma } TE = TL + LE = 60r + x$$

definiamo poi : $x = \tilde{x}r$ e $y = \tilde{y}r$ per comodità

$$1) \frac{TE}{r} = \frac{SE}{R} = \frac{ST}{R} + \frac{TL}{R} + \frac{LE}{R} \Rightarrow \frac{60r + x}{r} = \frac{a}{R} + \frac{60r}{R} + \frac{x}{R};$$

$$R = 109r; a = 23481r; l = 60r; x = \tilde{x}r;$$

$$\frac{60r + \tilde{x}r}{r} = \frac{23481r}{R} + \frac{60r}{R} + \frac{\tilde{x}r}{R} = \frac{23421r + \tilde{x}r}{109r};$$

$$60 + \tilde{x} = \frac{23421 + \tilde{x}}{109} \Rightarrow \tilde{x} = 156.276 \Rightarrow x = 156.3r.$$

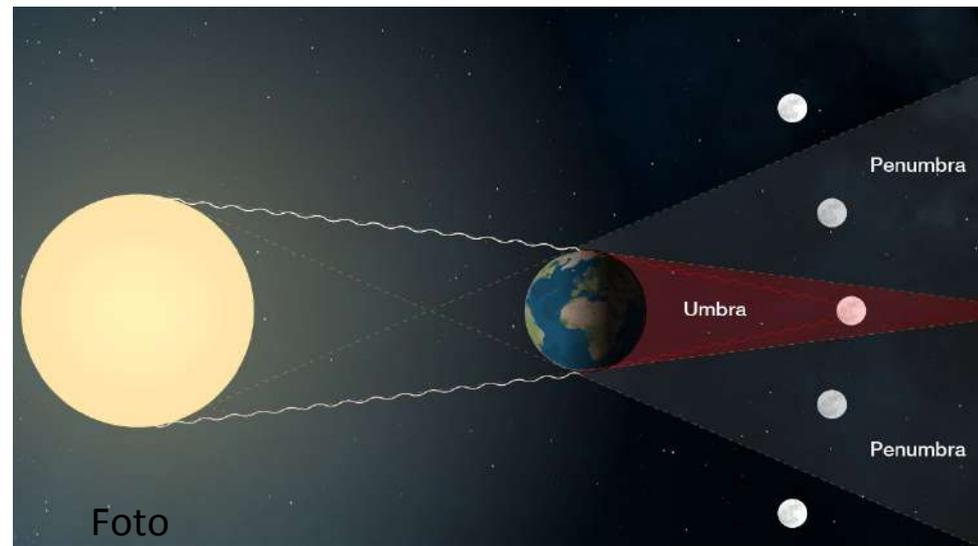
Dalla eq 1) si ha: $\frac{x}{y} = \frac{TE}{r}; TE = x + TL = x + 60r = \tilde{x}r + 60r; y = \tilde{y}r$

$$\frac{\tilde{x}r}{\tilde{y}r} = \frac{\tilde{x}r + 60r}{r} \Rightarrow \tilde{y} = 0.72 \Rightarrow y = 0.72r$$

Il raggio della luna è minore e pari a circa 0.3 raggi terrestri. Abbiamo dimostrato che non esistono eclissi anulari di luna perchè l'apertura del cono d'ombra è sempre maggiore del raggio della luna. Eclissi parziali ovviamente si se l'allineamento non è perfetto

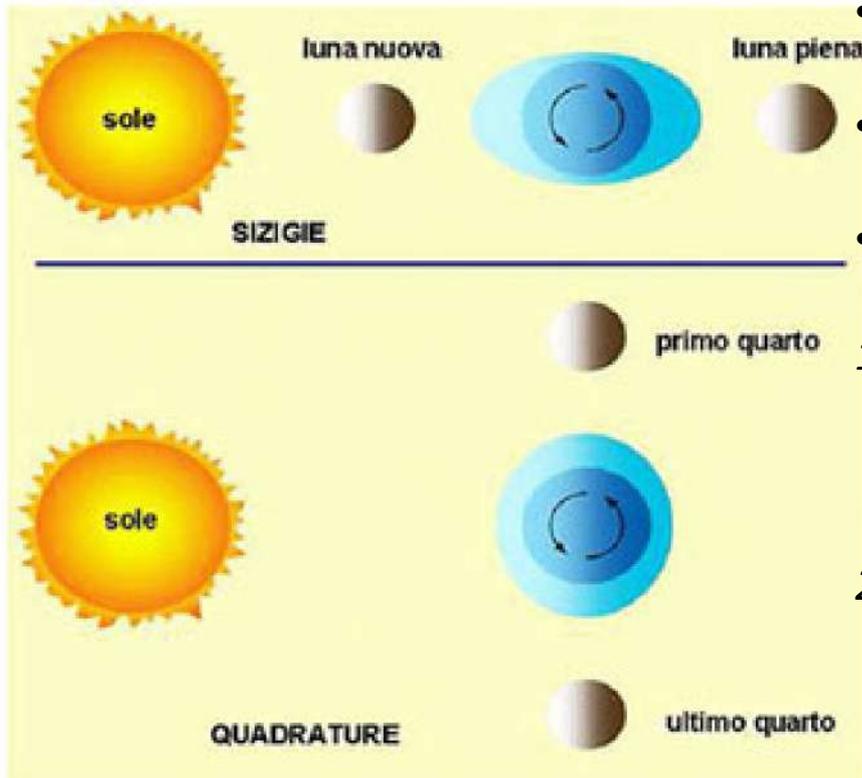
Es 1. Perché durante un'eclissi totale, la Luna è illuminata da una tenue luce di colore rosso?

La luce solare attraversando l'atmosfera subisce rifrazione: ovvero, una deviazione del percorso della luce che dipende dalla frequenza. La luce si divide, quindi, nei suoi colori. Inoltre la luce viene diffusa anche dalle particelle dell'atmosfera (scattering di Rayleigh). La luce blu-violetta subisce una diffusione più marcata rispetto a quella rossa che invece esce dalla terra ed illumina la Luna. Mentre la luce blu viene "sparpagliata" (vedi cielo azzurro)



- a. In quale fase Lunare avvengono le eclissi di sole? Luna nuova
- b. In quale fase avvengono invece le eclissi di Luna? Luna piena

a. Quali fasi della luna hanno come effetto delle maree più intense e perchè



- *Maree sigizie, luna nuova e luna piena. Bassa e alta marea iù intense*
- *Maree alle quadrature, Luna e Sole perpendicolari, maree meno intense.*
- *Ci sono poi periodi particolari dove la declinazione di sole e luna si eguagliano:*
 1. *Agli equinozi di marzo e settembre (declinazioni nulle), la componente lunisolare raggiunge la massima forza (maree equinoziali). In questo periodo le maree sizigiali sono molto più grandi .*
 2. *Al solstizio di giugno e dicembre la componente lunisolare raggiungerà il suo valore massimo generando le maree solstiziali; in questo periodo le maree diurne e le relative disequaglianze diurne raggiungono il loro valore massimo.*

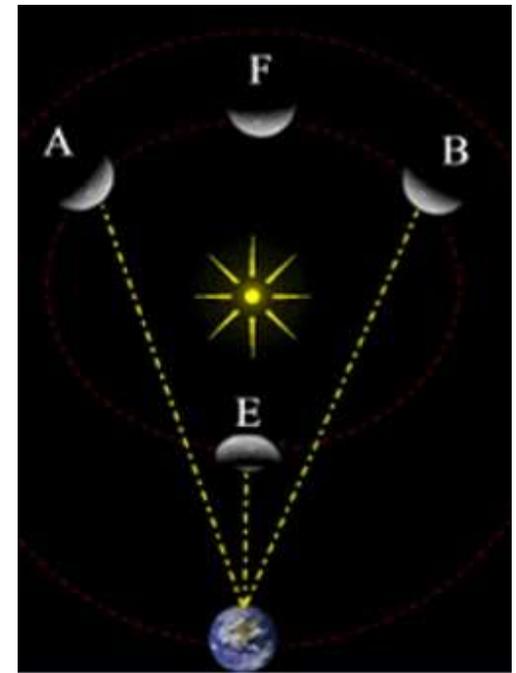
Risposta: le maree sigizie dove le componenti Luna sole si sommano ed in particolare , le maree sigizie agli equinozi e ai solstizi, dove sole e luna sono anche allineati

Fasi dei pianeti interni

A causa dei rispettivi moti orbitali, anche i pianeti mostrano le "fasi"

Il fenomeno è molto evidente solo nei pianeti interni

Durante il moto intorno al sole i pianeti interni, visti dalla Terra, acquisiranno differenti gradi di elongazione dal Sole e ad ogni grado corrisponderà una illuminazione diversa della sua superficie e quindi una diversa fase.



Fasi dei pianeti esterni

Essendo le Orbite di tutti gli altri pianeti esterne alla nostra, mostreranno sempre l'emisfero illuminato, variando di poco la percentuale interessata ed assumendo quel curioso aspetto definito "**gibboso**". Si può calcolare che la fase di un pianeta esterno "in quadratura" dipende dal rapporto tra il raggio dell'orbita della terra e quello del pianeta. Da questo si deduce facilmente che l'unico pianeta esterno di cui è possibile percepire la fase è Marte (la % di illuminazione può diminuire fino al 0.877%). Per gli altri l'illuminazione della superficie non scende sotto lo 0.989%



Marte in fase Gibbosa

<http://paolocampaner.blogspot.it/2012/05/marte-2012.html>

Definizione: Terminatore: E' detto terminatore l'insieme dei punti su una luna o pianeta dove i raggi che compongono la radiazione solare sono tangenti alla superficie. La linea separa porzioni di superficie in cui è presente la luce da quelle in cui c'è oscurità. Anche sulla terra esiste un terminatore che è ovviamente il terminatore è il cerchio che separa il giorno dalla notte.

Es3. Supponiamo che Marte si trovi in quadratura, ovvero che l'angolo α che sottende la distanza sole Marte sia retto (l'angolo retto ha come vertice la terra). Marte si presenterà in fase, ovvero non sarà completamente illuminato, ma Sulla superficie sarà presente un terminatore, la linea che separa il giorno dalla notte.

Calcolare la fase del pianeta, F , ovvero il rapporto tra la superficie illuminata, A , e la superficie totale del disco, S_{Tot} assumendo che:

- le orbite dei pianeti siano circolari
- Marte sia una sfera perfetta

Soluzione

poiché il profilo del terminatore è la proiezione di un semicerchio, avrà la forma di una semiellisse di semiassse maggiore pari a raggio di Marte e di semiassse minore pari al segmento PH (vedi figura 1 e 2). Osservando la figura 2 si deduce facilmente che l'area illuminata, A, del disco planetario (l'area bianca in fig2) è composta da due figure geometriche: una semi-ellisse delineata dal terminatore + una semicirconferenza di raggio pari al raggio del pianeta.

$$F = \frac{A}{S_{Tot}}; \quad A = \frac{\pi r^2}{2} + \frac{\pi r PH}{2}; \quad PH = r \cos(\delta)$$

$$A = \pi r^2 \frac{(1 + \cos \delta)}{2};$$

$$F = \frac{\pi r^2 (1 + \cos \delta)}{2\pi r^2} = \frac{1 + \cos \delta}{2};$$

$$R_T = R_s \sin \delta \Rightarrow \delta = \arcsin\left(\frac{R_t}{R_s}\right)$$

La fase in quadratura dipende sostanzialmente dall'angolo δ . E l'angolo dipende dal rapporto tra la distanza terra-sole e quella marte-sole. **Quindi più lontano è il pianeta più l'area del disco sarà illuminata nella quasi totalità**

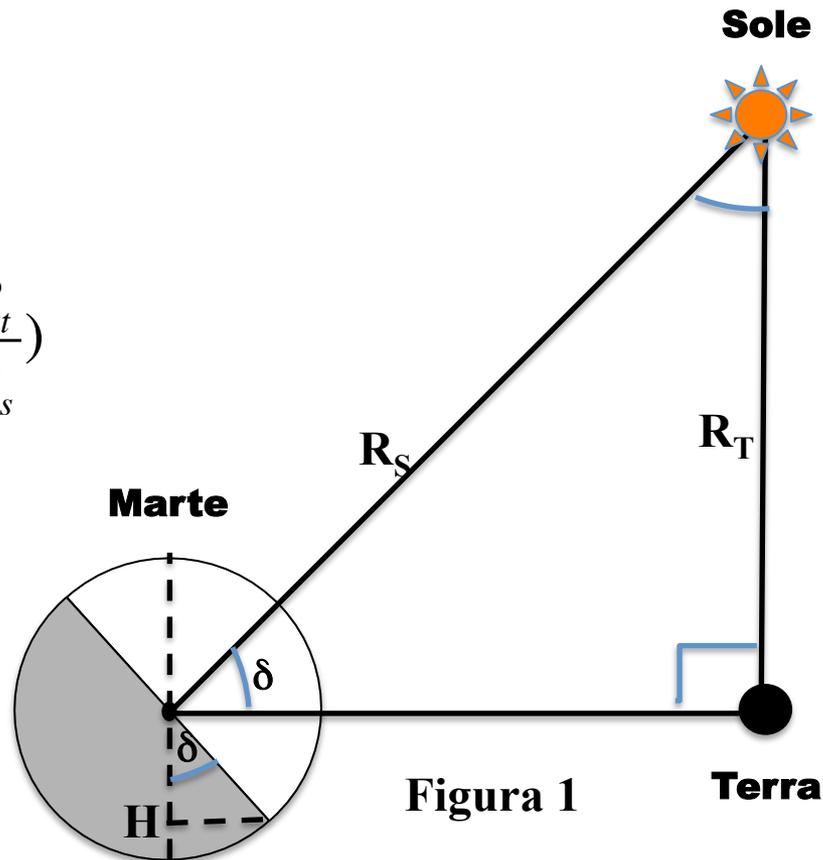


Figura 1

Sole

R_T

Terra

Aspetto di Marte visto dalla Terra

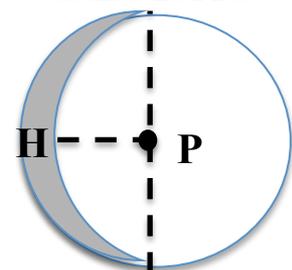


Figura 2

Es 1. Quali pianeti del Sistema Solare possono sorgere a est la sera?

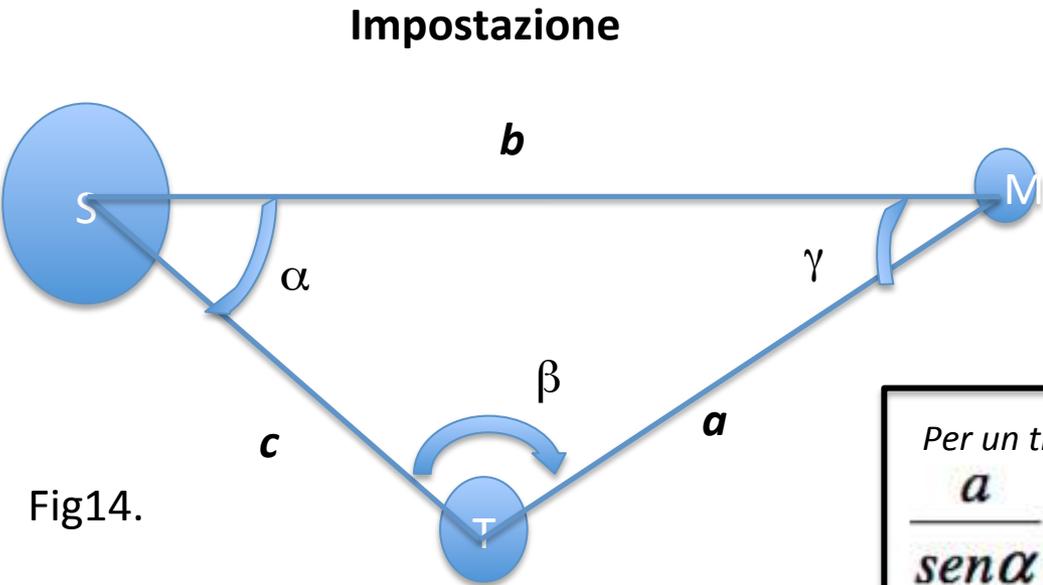
Risposta: Ovviamente solo pianeti esterni, i pianeti interni sono sempre dalla parte del sole (vedi Fig13). Quindi sorgono e tramontano dalla stessa parte del Sole. Se sono ad un'elongazione dal Sole abbastanza grande si possono osservare ad est la mattina oppure ad ovest la sera.



Es 2. Quali pianeti del sistema solare possono osservarsi in opposizione al sole?

Risposta: Ovviamente sempre i pianeti esterni

Es 8. Quanto vale la distanza Terra-Marte quando la distanza angolare Marte-Sole è di 60°? Si consideri per le distanze terra-Sole e Marte un valore pari al semiasse maggiore dell'orbita



$a = TM = ?$
 $c = ST = 1 \text{ UA}$
 $b = SM = 1.523 \text{ UA}$
 $\beta = 60^\circ$

Fig14.

Per un triangolo qualsiasi sia ha:

$$\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma}$$

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

Soluzione: $TM = 1.753 \text{ UA}$

Esercizio

Dimostrare che da Catania non si può osservare la Luna passare allo Zenith. Per la soluzione si ricordi che l'orbita della Luna è inclinata di circa 5° rispetto all'eclittica. In quali regioni della Terra si può osservare la Luna passare allo Zenith?

- Latitudine Catania circa 37°
- Inclinazione dell'eclittica rispetto all'equatore celeste $23^\circ 27'$
- Inclinazione della luna rispetto all'eclittica = 5°

Angolo massimo della luna rispetto all'equatore: $23^\circ 27' + 5^\circ = 28^\circ 27'$

Latitudine di Catania 37° ; Quindi per un osservatore posto a Catania: Avremo: $37^\circ - 28^\circ 27' = 9^\circ 27'$. Questo vuol dire che un osservatore posto a Catania vedrà la Luna molto alta nel cielo ma non allo zenit $90^\circ - 9^\circ 27' = 81^\circ 27'$.

A quali latitudini la luna si può vedere allo Zenit? $90^\circ - X^\circ - 28^\circ 27' = 90^\circ$; $X^\circ = 28^\circ 27'$ (deserto del Sahara circa)

La prossima Ganimede piena!

Da wikipedia:

La risonanza orbitale avviene quando due corpi orbitanti hanno periodi di rivoluzione tali che il loro rapporto è esprimibile in frazioni di numeri interi piccoli. Quindi i due corpi esercitano, l'un l'altro, una regolare influenza gravitazionale. Questo fenomeno può stabilizzare le orbite e proteggerle da perturbazioni gravitazionali. Per esempio le lune di Giove, Ganimede, Europa e Io sono in risonanza 1:2:4.

Considerando che per Giove il mese sinodico delle sue lune è praticamente identico a quello siderale, il periodo di rotazione di Io intorno a Giove è di 1,769 giorni, rispondere alle seguenti domande:

Se un ipotetico osservatore posto su Giove osservasse in questo momento Io e Ganimede con l'emisfero totalmente illuminato (luna piena: "Ganimede piena" ed "Io piena"), dopo quante ore terrestri Ganimede rivolgerà a Giove il suo emisfero buio? (luna nuova)

$$P_{\text{Gan}} : P_{\text{Io}} = 2:4$$

$P_{\text{Gan}} = P_{\text{Io}}/2$, quindi dopo $1.769/2$ giorni avremo la prossima "Ganimede piena". Ma la "Ganimede nuova" avviene a metà del ciclo "lunare", quindi: $1,769/4 = 0.442$ giorni \rightarrow 10 ore circa.

Periodo di rotazione di Giove = 0.4135 d quindi circa un giorno gioviano

Semplici Esercizi a domanda multipla

- **La massa della luna è 81 volte più piccola del nostro pianeta?**

Vero

Falso

- **Il baricentro del sistema Terra Luna è all'interno o al di fuori della superficie della Terra?**

È nel centro della Terra

È all'interno del diametro della Luna.

È appena all'esterno della superficie della Terra

E all'interno della superficie della Terra, ma è molto spostato dal centro.

- **Tra i satelliti del sistema solare, la Luna, in dimensioni, che posizione occupa?**

È uno dei satelliti più grandi

E uno dei satelliti più piccoli

Non è né piccolo né grande, tutti i satelliti hanno dimensioni simili alla sua.

- Durante un'eclisse totale di Luna, il cono d'ombra della terra cade sulla Luna. Mentre durante un'eclissi di Sole è l'ombra della luna a cadere sulla Terra. Quale dei due coni d'ombra è il più grande?

Quello della Terra che oscura la Luna

Quello che della Luna che oscura il Sole sulla Terra.

I due coni sono uguali.

- Quanto dura l' intervallo di tempo tra due fasi lunari?

24.4 giorni

circa 15 giorni

29.5 giorni

circa 27 giorni

- Individua quale tra queste affermazioni è corretta

**la fase lunare che precede il plenilunio è la luna crescente
quando la luna si trova fra il sole e la terra è in congiunzione**

le maree non influiscono sulla velocità della terra

Le maree alle Sigizie sono le più deboli

- Quali pianeti è possibile osservare in in fase?

Solo i pianeti interni

Solo i pianeti esterni

In principio tutti anche se per quelli più lontani la parte illuminata del disco non scende mai sotto un valore che è più grande del 90%

- Plutone è molto lontano dal sole, è un pianeta con molte particolarità e non è ancora ben conosciuto. Quale di queste affermazioni su Plutone è vera?

Plutone e il suo satellite più grande, Caronte, sono un sistema doppio.

Plutone è il pianeta più lontano del sistema solare

Plutone è un pianeta nano

Caronte ha una massa trascurabile rispetto a plutone

- A cosa sono dovute le stagioni?

All'inclinazione dell'asse terrestre

All'orbita ellittica della Terra

Alla presenza della Luna

Breve introduzione alla Trigonometria

Misura degli angoli e degli archi

Sistema sessagesimale:

- **unità di misura:** la novantesima parte dell'angolo retto, $1^\circ \rightarrow$ angolo retto, 90° .

Sottomultipli:

- un primo o minutoprimo: la 60esima parte di un grado $\rightarrow 60' = 1^\circ$
- Un secondo o minuto secondo: la 60esima parte del minuto primo $\rightarrow 60'' = 1'$

Esempio di scrittura $32^\circ 40' 20''$, 18 = l'angolo somma di 32 gradi 40 primi 20 secondi e 18 centesimi di secondo.

Angolo nullo: 0° , angolo retto: 90° , angolo piatto 180° , angolo giro 360°

Sistema radiale

Unità di misura: 1 radiante: angolo al centro di una circonferenza qualsiasi il cui arco corrispondente è di lunghezza pari al raggio. Ovvero:

$$\alpha = \frac{l}{r} = \text{angolo in radianti}$$

$l =$ lunghezza arco rettificato

$r =$ raggio circonferenza

La lunghezza della circonferenza è $2\pi r$, quindi per l'angolo giro si avrà: $\frac{2\pi r}{r} \rightarrow 2\pi$ *

* n.b. questo tipo di misura è indipendente dal raggio della circonferenza, infatti se aumenta il raggio aumenta anche proporzionalmente la lunghezza della circonferenza

$$\text{angolo nullo} = 0^\circ, \text{angolo retto} = \frac{\pi}{2}, \text{angolo piatto} = \pi, \text{angolo giro} = 2\pi$$

Passaggio da sessagesimale a radiale:

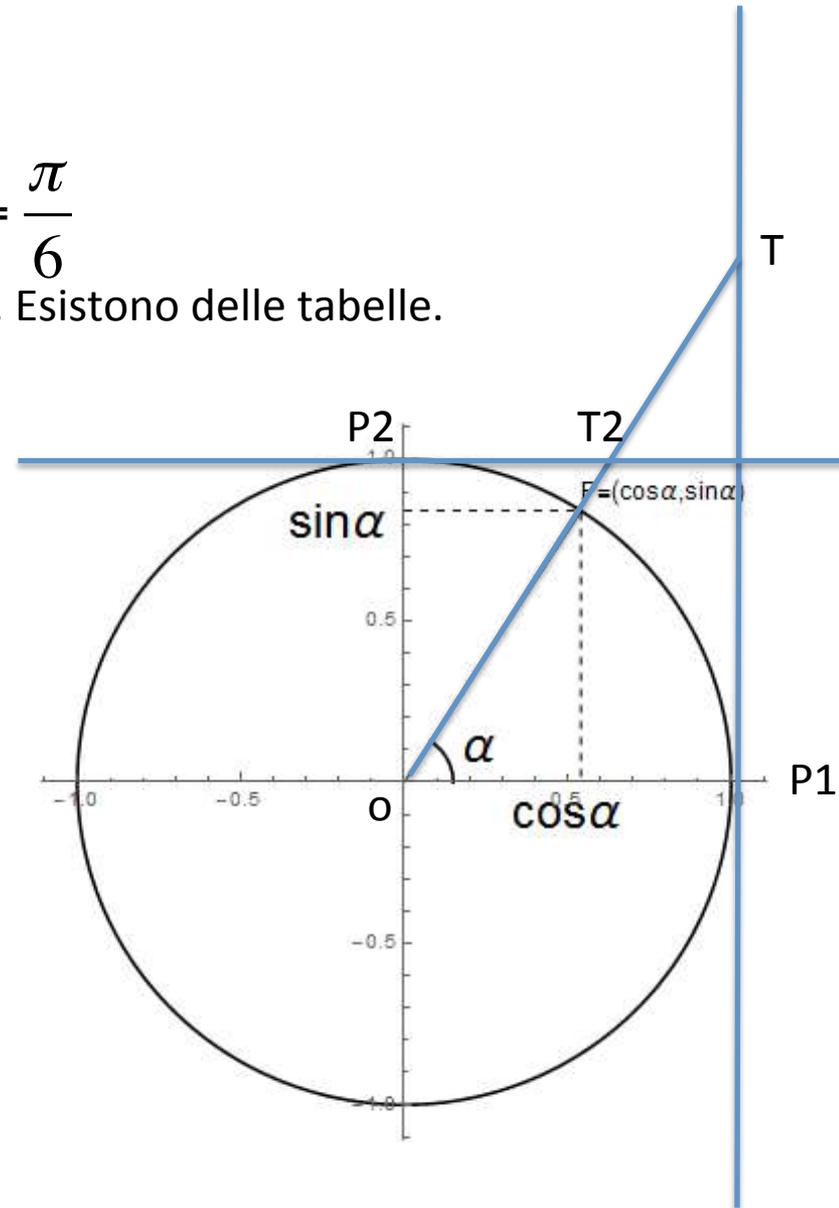
Semplice proporzione: $\pi : 180^\circ = x : 30^\circ$

$$x = \frac{\pi}{18} 3 = \frac{\pi}{3 \cdot 6} 3 = \frac{\pi}{6}$$

Generalmente gli angoli si lasciano in funzione di π . Esistono delle tabelle.

Sia α un angolo sulla circonferenza goniometrica (raggio=1, centro in zero.), si definisce:

- **coseno** dell'angolo α l'ascissa del punto P associato ad α . Oppure il coseno dell'angolo α è la proiezione del punto P sull'asse delle ascisse.
- **Seno** dell'angolo α l'ordinata del punto P sull'asse delle ordinate. Oppure la proiezione del punto P sull'asse delle ordinate.
- **tangente** dell'angolo α la lunghezza del segmento P1T, dove T è l'intersezione tra la retta passante per P e O la retta tangente alla circonferenza passante per P1(1,0)
- **Cotangente** dell'angolo α la lunghezza del segmento P2T, dove T è l'intersezione tra la retta passante per P e O la retta tangente alla circonferenza passante per P2(0,1)

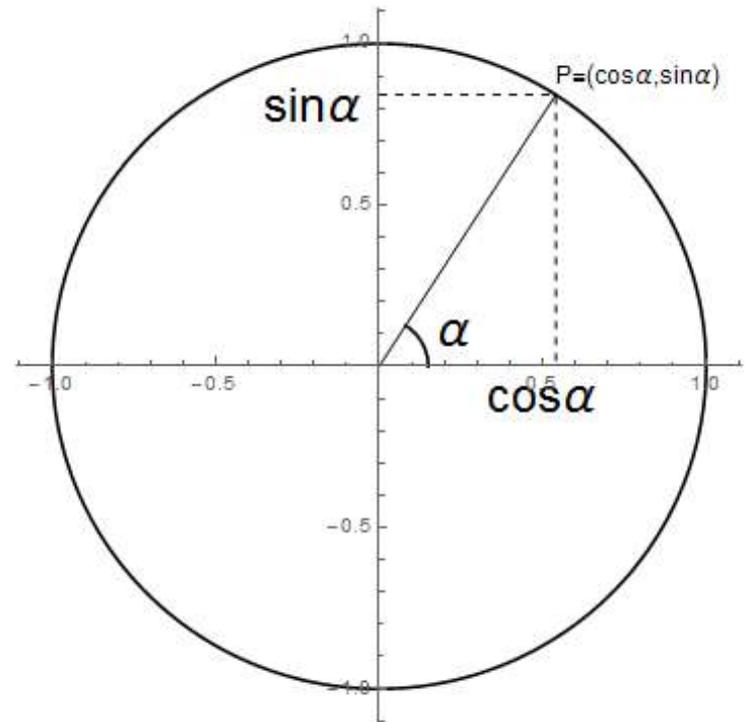


Relazioni fondamentali che si dimostrano facilmente a partire dalle definizioni e dalla circonferenza trigonometrica:

$$\cos^2(\alpha) + \operatorname{sen}^2(\alpha) = 1$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$\cot(\alpha) = \frac{\cos(\alpha)}{\operatorname{sen}(\alpha)}$$



ARCHI ASSOCIATI

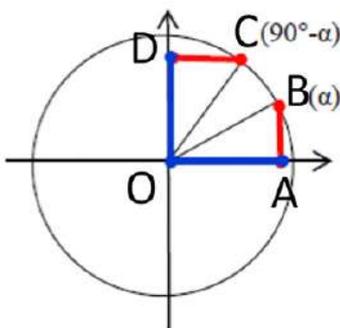
primo quadrante

$$\text{sen}(90^\circ - \alpha) = \text{cosa}$$

$$\text{cos}(90^\circ - \alpha) = \text{sena}$$

$$\text{tg}(90^\circ - \alpha) = \text{ctga}$$

$$\text{ctg}(90^\circ - \alpha) = \text{tga}$$



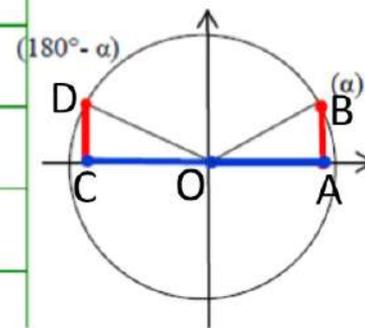
secondo quadrante

$$\text{sen}(180^\circ - \alpha) = \text{sena}$$

$$\text{cos}(180^\circ - \alpha) = -\text{cosa}$$

$$\text{tg}(180^\circ - \alpha) = -\text{tga}$$

$$\text{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\text{ctga}$$



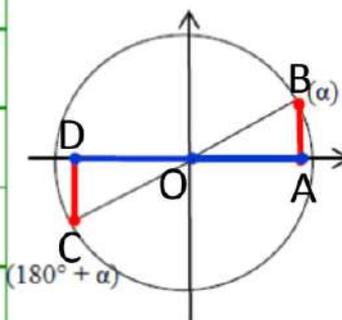
terzo quadrante

$$\text{sen}(180^\circ + \alpha) = -\text{sena}$$

$$\text{cos}(180^\circ + \alpha) = -\text{cosa}$$

$$\text{tg}(180^\circ + \alpha) = \text{tga}$$

$$\text{ctg}(180^\circ + \alpha) = \text{ctga}$$



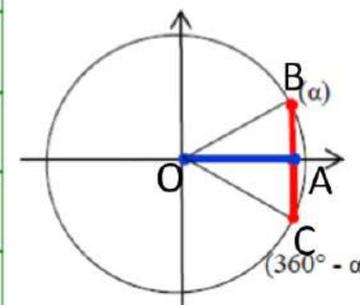
quarto quadrante

$$\text{sen}(360^\circ - \alpha) = -\text{sena}$$

$$\text{cos}(360^\circ - \alpha) = \text{cosa}$$

$$\text{tg}(360^\circ - \alpha) = -\text{tga}$$

$$\text{ctg}(360^\circ - \alpha) = -\text{ctga}$$



	Angoli opposti	Angoli esplementari	Angoli supplementari	Angoli la cui differenza è 180°	Angoli complementari	Angoli la cui differenza è 90°
SEN	$\text{sen}(-\alpha) = -\text{sena}$	$\text{sen}(2\pi - \alpha) = -\text{sena}$	$\text{sen}(\pi - \alpha) = \text{sena}$	$\text{sen}(\pi + \alpha) = -\text{sena}$	$\text{sen}(\pi/2 - \alpha) = \text{cosa}$	$\text{sen}(\pi/2 + \alpha) = \text{cosa}$
COS	$\text{cos}(-\alpha) = \text{cosa}$	$\text{cos}(2\pi - \alpha) = \text{cosa}$	$\text{cos}(\pi - \alpha) = -\text{cosa}$	$\text{cos}(\pi + \alpha) = -\text{cosa}$	$\text{cos}(\pi/2 - \alpha) = -\text{sena}$	$\text{cos}(\pi/2 + \alpha) = -\text{sena}$
TG	$\text{tg}(-\alpha) = -\text{tga}$	$\text{tg}(2\pi - \alpha) = -\text{tga}$	$\text{tg}(\pi - \alpha) = -\text{tga}$	$\text{tg}(\pi + \alpha) = \text{tga}$	$\text{tg}(\pi/2 - \alpha) = \text{ctga}$	$\text{tg}(\pi/2 + \alpha) = -\text{ctga}$
CTG	$\text{ctg}(-\alpha) = -\text{ctga}$	$\text{ctg}(2\pi - \alpha) = -\text{ctga}$	$\text{ctg}(\pi - \alpha) = -\text{ctga}$	$\text{ctg}(\pi + \alpha) = \text{ctga}$	$\text{ctg}(\pi/2 - \alpha) = \text{tga}$	$\text{ctg}(\pi/2 + \alpha) = -\text{tga}$

Relazioni trigonometriche tra triangoli rettangoli

$$b = c \operatorname{sen}(\beta)$$

$$a = c \operatorname{sen}(\alpha)$$

La lunghezza di un cateto è dato dall'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto al cateto stesso

$$a = c \operatorname{cos}(\beta)$$

$$b = c \operatorname{cos}(\alpha)$$

La lunghezza di un cateto è dato dall'ipotenusa per il coseno dell'angolo compreso tra cateto e ipotenusa

$$a = b \tan(\alpha)$$

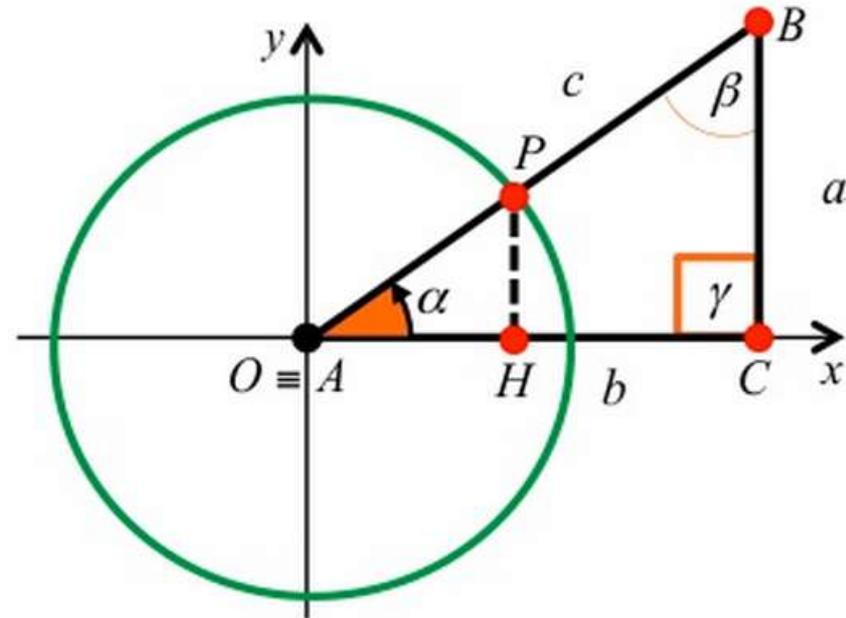
$$b = a \tan(\beta)$$

La lunghezza di un cateto è dato dall'altro cateto per la tangente dell'angolo opposto al primo cateto

$$a = b \operatorname{cot}(\beta)$$

$$b = a \operatorname{cot}(\alpha)$$

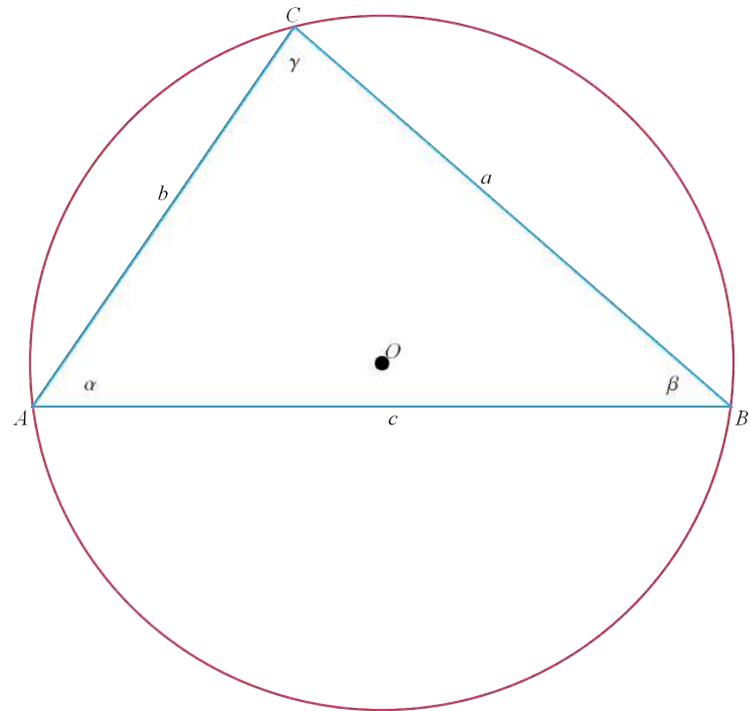
La lunghezza di un cateto è dato dall'altro cateto per la cotangente dell'angolo adiacente al primo cateto (quello non rettangolo)



Per un triangolo qualsiasi:

$$\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma} = 2r$$

Teorema dei seni: il rapporto tra un lato ed il seno dell'angolo opposto è costante e pari a $2r$, dove r è il raggio della circonferenza in cui il triangolo è inscritto



Es. Calcolare l'elongazione massima di Mercurio e Venere e Marte. Quanto Tempo è possibile osservare i pianeti prima dell'alba e dopo il tramonto (assumendo orbite circolari e inclinazione del Sole pari a 0°)

a1) Venere e Mercurio sono pianeti interni:

TS=distanza Terra-Sole = 1UA

PS= distanza Pianeta sole (mercurio-sole=0,387UA), (Venere-Sole=0,723UA)

$$PS = TS \tan(\alpha) \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{PS}{TS}\right)$$

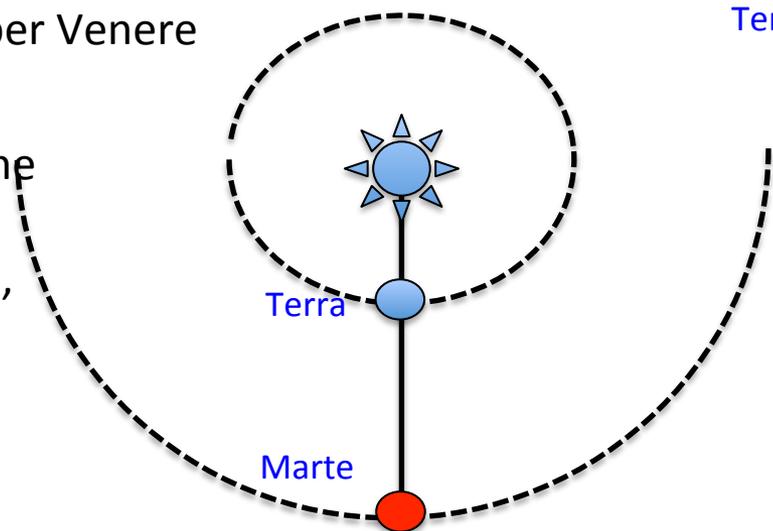
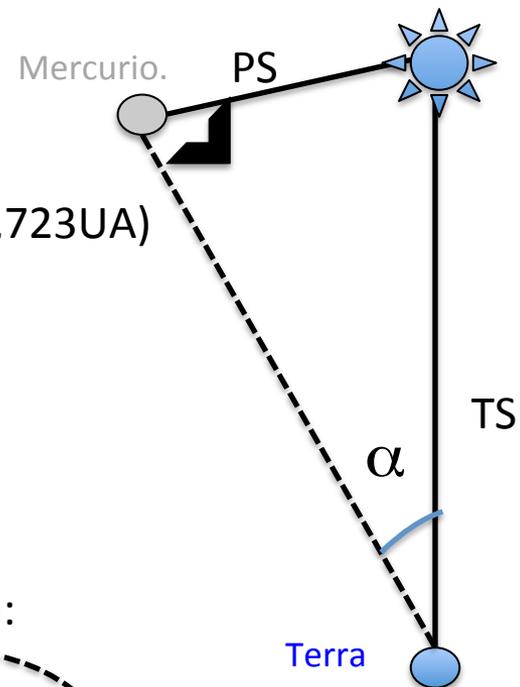
$$\alpha_{mercurio} = \arctan(0,387) \approx 21^\circ$$

$$\alpha_{Venere} = \arctan(0,723) \approx 36^\circ$$

a2) La sfera celeste ruota di $360^\circ/24h = 15^\circ$ l'ora . Quindi: $1h:15^\circ = xh:$

$21^\circ \rightarrow x=21/15=1.4h$ per mercurio e $x=2.4h$ per Venere

b) Marte è pianeta esterno quindi l'elongazione massima può arrivare fino a 180° . Marte può essere osservato anche in opposizione al sole , per tutta la notte.



Es3 di un pianeta esterno si conosce il tempo trascorso tra due opposizioni successive $P=398.9g$ ed il diametro angolare in opposizione $\alpha=47.2''$.

Calcolare:

- Il periodo siderale
- Il semiasse maggiore dell'orbita
- Il diametro del pianeta in km
- Che pianeta è

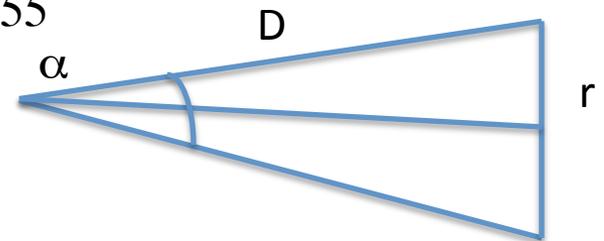
$$a) \quad \frac{1}{P_s} = \frac{1}{P_0} - \frac{1}{P_p} \rightarrow \frac{1}{398.9} = \frac{1}{365} - \frac{1}{P_x} \rightarrow P_x = 4171.4g \rightarrow P_x = 11.4anni$$

$$b) \quad \frac{T^2}{a^3} = \frac{(1anno)^2}{(1UA)^3} = 1 \rightarrow a = \sqrt[3]{(11.4)^2} = 5.1UA$$

$$c) \quad \alpha=47.2'' \quad r=D\text{sen}(\alpha/2); \quad \alpha=47.2''/3600=0.0131^\circ; \quad \alpha/2=0.0655$$

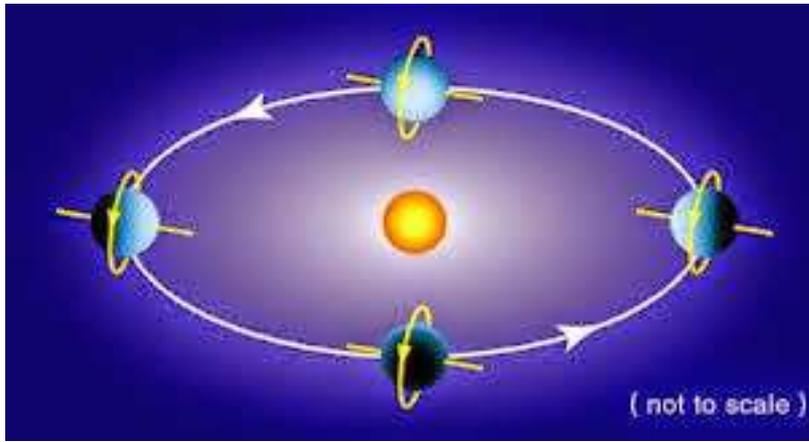
$$diametro = 2r = 2D \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2(a - d_{terra-sole}) \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$= 2 \cdot 4.1(UA) \cdot \text{sen}(0.0655^\circ) = 8.1 \cdot 15 \cdot 10^7 (km) \cdot 1.14 \cdot 10^{-4} = 138 \cdot 10^3 km$$



d) Il pianeta è Giove

Le strane giornate di Urano dove il Sole è circumpolare!



Periodo Orbitale: 84 anni terrestri

Inclinazione sull'eclittica circa 0.77 deg.

Descrivere come variano giorno e notte sia al polo e all'equatore all'equatore.

Per approfondire

http://www.na.astro.it/~rifatto/personale/dispense_di_astronomia.pdf

<https://raktimchatterjee.files.wordpress.com/2015/09/fundamental-astronomy.pdf>

<https://raktimchatterjee.files.wordpress.com/2015/09/astronomy-principles-and-practice.pdf>

<http://scienceolympiadsbd.blogspot.it/2013/06/astronomy-olympiad-preparation.html>

<http://www.gak.it/pages/utility/dispense.php>